# Удаление диэлектрика из конденсатора в цепи с катушкой

**Задача 3.** [Физтех 2025/26, 11 класс, варианты 11-05–11-06, задача 3] В плоский конденсатор вставлена пластина с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon$, заполняющая весь объём конденсатора. Ёмкость пустого конденсатора равна $C$. В цепи (см. рис.), содержащей этот конденсатор, режим установился. Пластину удаляют из конденсатора так быстро, что заряд конденсатора не успевает измениться. Считать, что источник идеальный, а величины $E$, $C$, $C_1$, $L$, $\varepsilon$, $R_1$, $R_2$, $R_3$ известны.

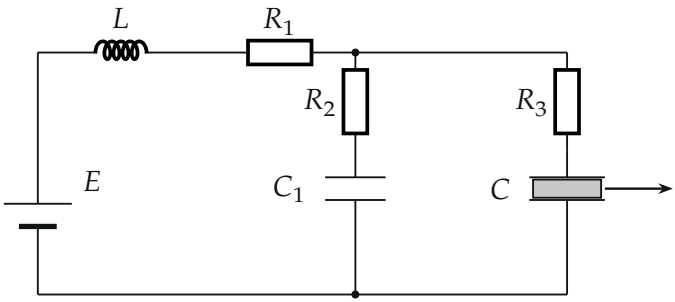



*Рис. 1. Схема из условия: серый брусок — диэлектрическая пластина, которую выдвигают из конденсатора C*

1. Какую минимальную работу пришлось совершить, чтобы удалить пластину?
2. Найдите ток $I_0$ через резистор $R_2$ сразу после удаления пластины.
3. Найдите модуль скорости изменения тока в катушке сразу после удаления пластины.
4. Какое количество теплоты $W$ выделится в цепи после удаления пластины?

▲ **Решение.** **Что происходит.** Пока пластина стоит, оба конденсатора заряжены до $E$, тока нет. Пластину выдёргивают так быстро, что заряд $C$ не успевает измениться, а ёмкость падает в $\varepsilon$ раз: напряжение $Q/C$ вырастает до $\varepsilon E$ и превышает ЭДС. Конденсатор $C$ начинает разряжаться через $R_3$, $R_2$ в $C_1$ и через катушку в источник. Катушка не даёт току

меняться скачком: сразу после удаления её ток ещё равен нулю. Законы: энергия поля конденсатора, законы Кирхгофа, баланс энергии.

**Обозначения.** $Q$ — заряд $C$ (при удалении не меняется); $U_1$, $U$ — напряжения на $C_1$ и $C$; $I_0$ — ток через $R_2$ сразу после удаления; $I$ — ток катушки; $N$ — верхний узел, где сходятся три ветви.

**Пункт 1. Минимальная работа.**

**1. До удаления.** Режим установился: ток через конденсаторы не идёт, значит, нет его нигде, на резисторах и катушке напряжения нет и $U_1 = U = E$ (рис. 2). Ёмкость с пластиной равна $\varepsilon C$, поэтому $Q = \varepsilon CE$ и энергия $W_1 = \dfrac{Q^2}{2\varepsilon C} = \dfrac{\varepsilon CE^2}{2}$.

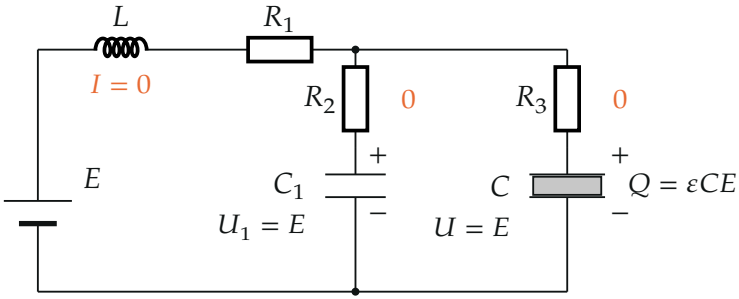



*Рис. 2. До удаления пластины: токов нет, оба конденсатора заряжены до $E$; верхняя обкладка положительная*

**2. Удаление и закон сохранения энергии.** Заряд $C$ не меняется, значит, через резисторы ток не течёт, тепла нет и источник работу не совершает. Работа внешней силы минимальна, если пластина вынимается без ускорения и трения: тогда она вся идёт в энергию поля. Ёмкость стала $C$, заряд остался $Q$, энергия $W_2 = \dfrac{Q^2}{2C} = \dfrac{\varepsilon^2 CE^2}{2}$:

$$A_{\min} = W_2 - W_1 = \frac{\varepsilon^2 CE^2}{2} - \frac{\varepsilon CE^2}{2} = \frac{\varepsilon(\varepsilon - 1)\, CE^2}{2}.$$

**Пункт 2. Ток через $R_2$.**

**3. Что не успело измениться.** Ток катушки не может измениться скачком (иначе ЭДС самоиндукции $L\,dI/dt$ была бы бесконечной): $I = 0$. За-

ряд, а значит и напряжение $C_1$, прежние: $U_1 = E$. У конденсатора $C$ при прежнем заряде ёмкость упала: $U = Q/C = \varepsilon E$.

**4. Законы Кирхгофа.** Ток через $R_1$ и катушку равен нулю, поэтому по первому закону для узла $N$ весь ток ветви $R_3$ уходит в ветвь $R_2$: в контуре $C - R_3 - R_2 - C_1$ течёт один ток $I_0$. Заряженные конденсаторы работают как источники $\varepsilon E$ и $E$, включённые навстречу (рис. 3). Второй закон для контура: $I_0(R_2 + R_3) = \varepsilon E - E$, откуда

$$I_0 = \frac{(\varepsilon - 1)E}{R_2 + R_3},$$

по $R_3$ вверх, по $R_2$ вниз: $C$ разряжается, $C_1$ дозаряжается.

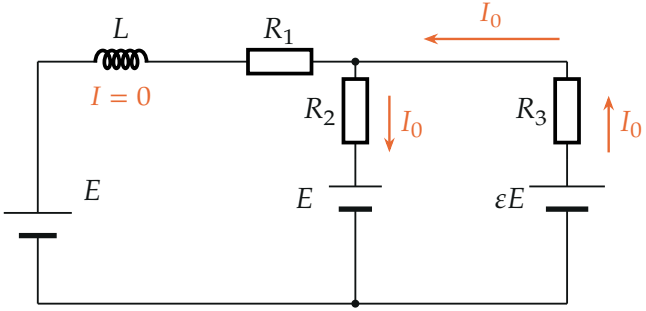



*Рис. 3. Сразу после удаления: заряженные конденсаторы заменены источниками, ток катушки нулевой, ток $I_0$ идёт по контуру $C - R_3 - R_2 - C_1$*

**Пункт 3. Скорость изменения тока катушки.**

**5. Потенциал узла** $N$ относительно нижнего провода: напряжение $C_1$ плюс падение на $R_2$, то есть $\varphi_N = E + I_0R_2$. С другой стороны, для левой части цепи (источник, катушка, $R_1$): $\varphi_N = E - L\dfrac{dI}{dt} - R_1I$, а $I = 0$. Приравниваем:

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{I_0R_2}{L}, \qquad \left|\frac{dI}{dt}\right| = \frac{(\varepsilon - 1)E}{L} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3}.$$

Знак минус: ток катушки уйдёт из нуля в сторону, противоположную ЭДС, то есть заряд потечёт в источник. $R_1$ в ответ не вошёл, потому что умножается на $I = 0$.

**Пункт 4. Теплота.**

**6. Конечное состояние.** Токи прекратятся, оба конденсатора окажутся под напряжением $E$. Заряд $C_1$ не изменился, заряд $C$ упал с $\varepsilon CE$ до $CE$. Весь этот заряд $(\varepsilon-1)CE$ ушёл через катушку и источник, причём в положительный полюс, то есть против его сил: $A_{\text{ист}} = -(\varepsilon-1)CE^2$. Энергия катушки в начале и в конце нулевая.

**7. Энергия.** Работа источника идёт в изменение энергии конденсаторов и в теплоту: $A_{\text{ист}} = \Delta W_C + W$, где $\Delta W_C = \dfrac{CE^2}{2} - \dfrac{\varepsilon^2 CE^2}{2}$. Тогда

$$W = -(\varepsilon-1)CE^2 + \frac{(\varepsilon^2-1)CE^2}{2} = \frac{(\varepsilon-1)^2\,CE^2}{2}.$$

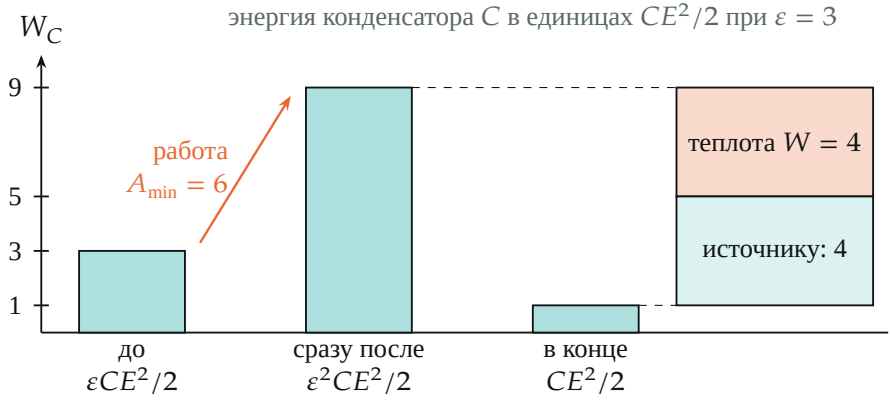



*Рис. 4. Энергия конденсатора $C$ (пример $\varepsilon = 3$, единица — $CE^2/2$): $3 \to 9$ за счёт работы руки; $9 \to 1$ — половина в теплоту, половина возвращена источнику*

**Обратите внимание.** Неизменен заряд конденсатора, а не напряжение: поэтому оно вырастает до $\varepsilon E$ и появляется ток $I_0$. Сразу после удаления скачком меняются токи резисторов, а ток катушки и напряжения конденсаторов непрерывны. Работа источника отрицательна: он не отдаёт энергию, а принимает.

**Проверка.** Размерности: $\varepsilon CE^2$ — джоуль; $E/R$ — ампер; $E/L$ — ампер в секунду. При $\varepsilon \to 1$ (пластины нет) все ответы обращаются в

нуль. Теплота равна энергии «стекания» заряда с $C$ по перепаду $(\varepsilon-1)E$: $\frac{1}{2}C((\varepsilon-1)E)^2$. Численное решение уравнений цепи при произвольных числах даёт те же $I_0$, $dI/dt$, $W$ и нулевой ток в конце. Смысл: работа руки накопилась в поле конденсатора, а затем ушла в нагрев резисторов и в подзарядку источника.

**Ответ.** 1) $A_{\min} = \dfrac{\varepsilon(\varepsilon-1)CE^2}{2}$; 2) $I_0 = \dfrac{(\varepsilon-1)E}{R_2+R_3}$; 3) $\left|\dfrac{dI}{dt}\right| = \dfrac{(\varepsilon-1)E}{L}\cdot\dfrac{R_2}{R_2+R_3}$; 4) $W = \dfrac{(\varepsilon-1)^2CE^2}{2}$.