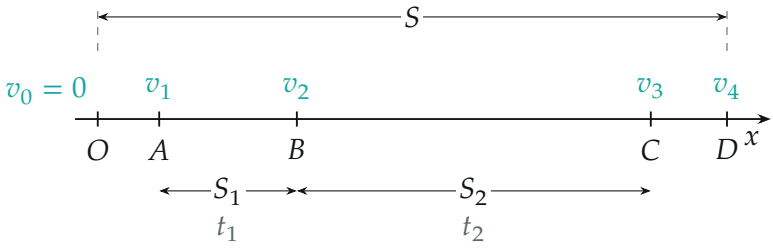
Мотоциклист на двух отрезках пути

Задача 1. [Физтех 2025/26, 9 класс, вариант 09-01, задача 1] Мотоциклист движется равноускорено по прямой с нулевой начальной скоростью. Два последовательных отрезка пути, длины которых $S_1 = 28$ м и $S_2 = 72$ м, мотоциклист проезжает за промежутки времени $t_1 = 2$ с и $t_2 = 3$ с соответственно.

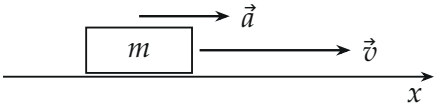
1. Найдите ускорение a мотоциклиста.
2. На каком расстоянии S от точки старта мотоциклист будет двигаться со скоростью $v = 32$ м/с?

▲ **Решение.** **Что происходит.** Мотоциклист стартует из покоя и разгоняется с постоянным ускорением. Два отрезка S_1 и S_2 идут подряд, но первый из них начинается не в точке старта: к его началу мотоцикл уже набрал скорость. Нам известны только пути и времена, ни одной скорости нет. Ключевой факт, который это обходит: при постоянном ускорении *средняя скорость на участке равна мгновенной скорости в середине промежутка времени*. Два участка дают скорость в двух известных (с точностью до одного неизвестного сдвига) моментах, а отсюда сразу виден наклон графика, то есть ускорение.



Точки на пути: O — старт, A, B и C — границы двух отрезков, D — место, где скорость достигает 32 м/с (длины отрезков — по найденным ниже значениям, $OA = 12{,}5$ м)

Обозначения. Время t отсчитываем от старта (там $v = 0$); t_0 — момент начала первого отрезка, a — ускорение, $u_1 = S_1/t_1$ и $u_2 = S_2/t_2$ — средние скорости на отрезках.



Мотоцикл m на оси x: векторы $\vec{v}$ и $\vec{a}$ сонаправлены с осью, поэтому в проекциях $v = at$, $x = at^2/2$ — все величины положительны

1. Средняя скорость равна скорости в середине промежутка. Скорость растёт по линейному закону $v = at$. На промежутке от t_0 до $t_0 + t_1$ путь равен площади трапеции под графиком скорости, то есть произведению длины основания на среднюю линию, а средняя линия трапеции — это значение v в середине основания:

$$S_1 = \frac{v(t_0) + v(t_0 + t_1)}{2}\, t_1 = v\left(t_0 + \frac{t_1}{2}\right) t_1.$$

Значит, скорость в момент $t_0 + t_1/2$ равна $u_1 = S_1/t_1 = 14$ м/с. Так же для второго отрезка (он начинается в момент $t_0 + t_1$): скорость в момент $t_0 + t_1 + t_2/2$ равна $u_2 = S_2/t_2 = 24$ м/с.

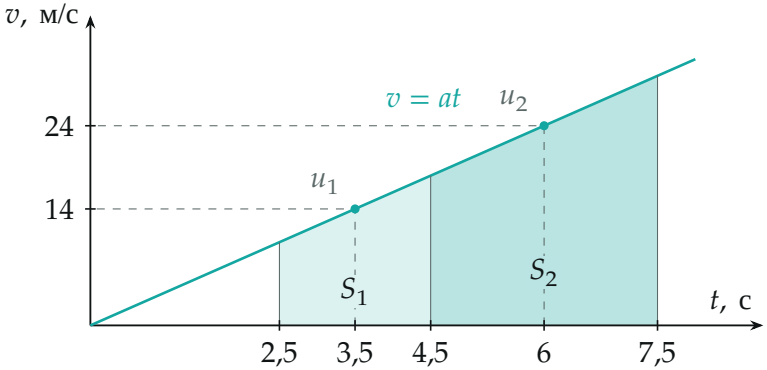


График скорости: площади трапеций — пути S_1 и S_2; серединам промежутков соответствуют скорости u_1 и u_2

2. Ускорение (пункт 1). Середины промежутков разделены интервалом

$$\Delta t = \left(t_0 + t_1 + \frac{t_2}{2}\right) - \left(t_0 + \frac{t_1}{2}\right) = \frac{t_1 + t_2}{2} = 2{,}5 \text{ с}.$$

Ускорение — это изменение скорости за единицу времени:

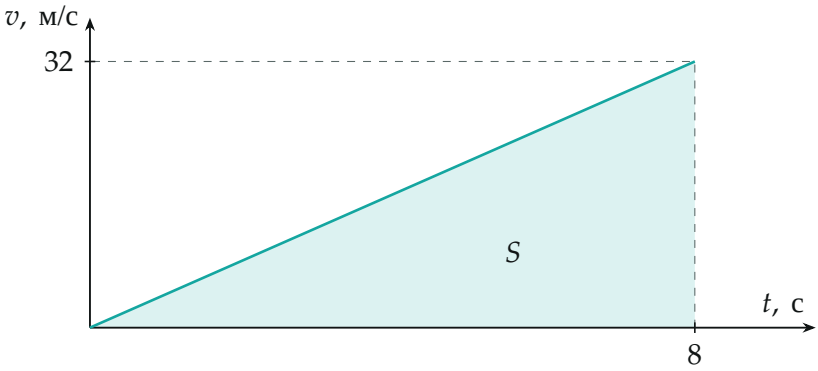
$$a = \frac{u_2 - u_1}{(t_1 + t_2)/2} = \frac{2\,(S_2/t_2 - S_1/t_1)}{t_1 + t_2} = \frac{2\,(24 - 14)}{5} = 4\ \text{м/с}^2.$$

Момент начала первого отрезка найдём из $u_1 = a\,(t_0 + t_1/2)$: $t_0 = u_1/a - t_1/2 = 3{,}5 - 1 = 2{,}5$ с; значит, к началу первого отрезка скорость уже $v_1 = at_0 = 10$ м/с.

3. Расстояние до точки с $v = 32$ м/с (пункт 2). Расстояние считаем от точки старта, где скорость была нулевой. Из $v = at$ время разгона $t = v/a$, путь $S = at^2/2$; исключив время, получаем

$$S = \frac{v^2}{2a} = \frac{32^2}{2 \cdot 4} = 128\ \text{м}.$$

На графике это площадь целого треугольника с катетами $t = 8$ с и $v = 32$ м/с: $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 32 = 128$ м.



Путь от старта до точки с $v = 32$ м/с — площадь треугольника под графиком скорости

Обратите внимание. Расстояние S в пункте 2 отсчитывается от точки, где мотоциклист *начал* движение, а не от начала первого отрезка: до него мотоцикл уже проехал $v_1^2/(2a) = 12{,}5$ м.

Проверка. Подставим найденные величины в исходные формулы. Скорость в конце первого отрезка $v_2 = v_1 + at_1 = 18$ м/с;

$S_1 = v_1 t_1 + a t_1^2/2 = 20 + 8 = 28$ м, $S_2 = v_2 t_2 + a t_2^2/2 = 54 + 18 = 72$ м — совпадает с условием. Размерность: м/с/с $=$ м/с^2, v^2/a даёт метры. Путь до конца второго отрезка $12{,}5 + 28 + 72 = 112{,}5$ м, там $v_3 = at = 30$ м/с, остаётся $(32^2 - 30^2)/(2a) = 15{,}5$ м, всего 128 м.

Смысл: два пути и два времени задают две точки прямой $v(t)$, и этого хватает для ускорения.

Ответ. 1) $a = 4$ м/с^2; 2) $S = 128$ м.