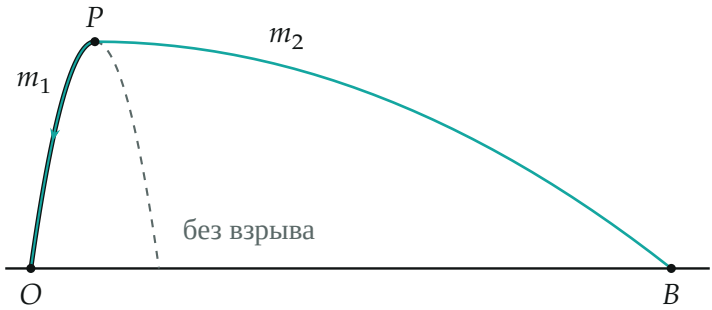
Взрыв снаряда в верхней точке

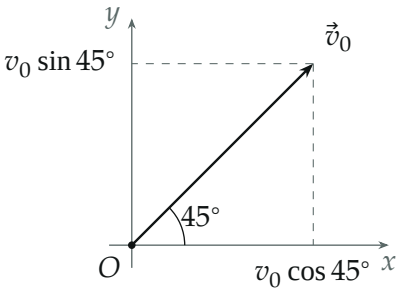
Задача 3. [Физтех 2025/26, 9 класс, вариант 09-01, задача 3] Снаряд выпущен под углом 45° к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 100$ м/с. Масса снаряда $M = 15$ кг. В высшей точке траектории снаряд разрывается на два осколка, которые одновременно падают на земную поверхность. Масса одного осколка в четыре раза больше массы другого. Массивный осколок возвращается к точке старта. Найдите энергию Q, выделившуюся при взрыве. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

▲ **Решение.** **Что происходит.** До взрыва снаряд летит под действием одной силы тяжести. Взрыв происходит мгновенно, силы внутри снаряда огромны по сравнению с силой тяжести, поэтому за время взрыва *импульс системы сохраняется*. Условия о падении дают скорости осколков сразу после взрыва: осколки падают одновременно — значит, у них одинаковые вертикальные скорости, а по закону сохранения импульса по вертикали они нулевые, то есть осколки разлетаются строго по горизонтали; массивный осколок возвращается в точку старта — значит, известна и его горизонтальная скорость. Дальше остаются закон сохранения импульса по горизонтали и баланс кинетической энергии: выделившаяся при взрыве энергия равна приращению кинетической энергии системы.



Траектории: чёрная — снаряд до взрыва в точке P, серый пунктир — продолжение без взрыва, бирюзовые — осколки: массивный m_1 возвращается в O по той же кривой в обратную сторону, лёгкий m_2 падает в B. Масштаб по вертикали крупнее, чем по горизонтали

Обозначения. $m_1 = \frac{4}{5}M = 12$ кг — масса массивного осколка, $m_2 = \frac{1}{5}M = 3$ кг — лёгкого; v — скорость снаряда в высшей точке (горизонтальная); H — высота этой точки; t — время падения с неё; x — её расстояние до точки старта по горизонтали; u_1, u_2 — горизонтальные скорости осколков сразу после взрыва (ось x направлена вперёд, по движению снаряда); $g = 10$ м/с^2.



Проекции начальной скорости: горизонтальная $v_0 \cos 45°$ не меняется весь полёт (по горизонтали сил нет), вертикальная $v_0 \sin 45°$ гасится силой тяжести к высшей точке

1. Высшая точка. Горизонтальная составляющая скорости постоянна, вертикальная в высшей точке равна нулю:

$$v = v_0 \cos 45° = 50\sqrt{2} \text{ м/с} \approx 70{,}7 \text{ м/с}.$$

Высота и время подъёма: $H = \dfrac{(v_0 \sin 45°)^2}{2g} = 250$ м, $t_\text{п} = \dfrac{v_0 \sin 45°}{g} = 5\sqrt{2}$ с. Горизонтальное расстояние $x = v\,t_\text{п} = 500$ м. Падение с высоты H занимает то же время: $t = \sqrt{2H/g} = 5\sqrt{2}$ с $= t_\text{п}$.

2. Вертикальные скорости осколков. Осколки упали одновременно, и оба стартовали с высоты H в один момент, поэтому вертикальные скорости сразу после взрыва у них одинаковы, w. До взрыва вертикальный импульс равен нулю (в высшей точке $v_y = 0$), по закону сохранения импульса для вертикальных проекций $m_1 w + m_2 w = 0$, то есть $w = 0$.

Оба осколка начинают движение горизонтально и падают с высоты H за время t, как и вычислено выше.

3. Скорость массивного осколка. Он возвращается в точку старта, пройдя за время t путь x назад:

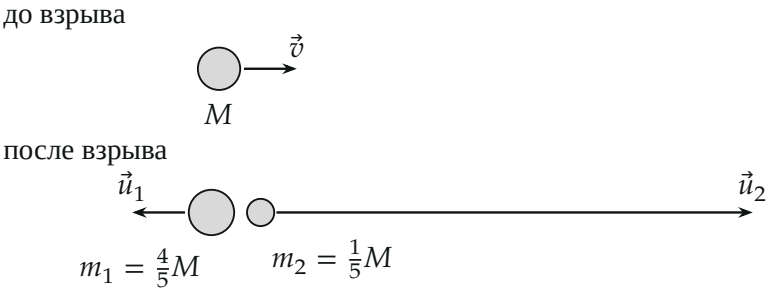
$$u_1 = -\frac{x}{t} = -\frac{v\,t_{\text{п}}}{t} = -v.$$

Так как $t = t_{\text{п}}$, массивный осколок летит назад с той же по модулю скоростью, что имел снаряд; это не зависит и от значения g.

4. Скорость лёгкого осколка. Закон сохранения импульса системы «снаряд → два осколка» в проекции на горизонталь за время взрыва: $Mv = m_1u_1 + m_2u_2$.

$$Mv = -\frac{4}{5}M\,v + \frac{1}{5}M\,u_2 \;\Rightarrow\; u_2 = 9v \approx 636\ \text{м/с}.$$

Лёгкий осколок падает на расстоянии $x + u_2t = 500 + 9\cdot 500 = 5000$ м от старта.



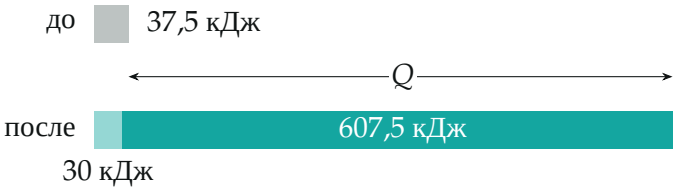
Скорости в высшей точке: до взрыва v, после — $u_1 = -v$ у массивного осколка и $u_2 = 9v$ у лёгкого (длины стрелок в масштабе)

5. Энергия взрыва. Выделившаяся энергия идёт в кинетическую энергию осколков, а сумма кинетических энергий после взрыва больше, чем у снаряда, на эту энергию:

$$Q = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2} - \frac{Mv^2}{2} = \Big(6 + \frac{3\cdot 81}{2} - \frac{15}{2}\Big)v^2 = 120\,v^2.$$

Подставим $v^2 = (50\sqrt{2})^2 = 5000$ м^2/с^2:

$$Q = 120 \cdot 5000 = 6 \cdot 10^5 \text{ Дж} = 600 \text{ кДж}.$$



Кинетическая энергия до взрыва ($Mv^2/2 = 37{,}5$ кДж) и после: массивный осколок 30 кДж, лёгкий 607,5 кДж; прирост — энергия взрыва Q

Обратите внимание. Энергию взрыва нельзя искать только по лёгкому осколку и нельзя брать равной $\dfrac{m_2 u_2^2}{2}$: кинетическая энергия снаряда до взрыва $Mv^2/2$ уже была, её надо вычесть, и энергию массивного осколка тоже надо учесть. Второе: условие «упали одновременно» нужно, чтобы убрать вертикальные скорости осколков; без него вертикальные составляющие скоростей оставались бы неопределёнными.

Проверка. Импульс по горизонтали: до взрыва $15 \cdot 70{,}7 \approx 1061$ кг·м/с, после $-12 \cdot 70{,}7 + 3 \cdot 636{,}4 \approx -849 + 1909 = 1060$ кг·м/с — сошлось. Энергии: до 37,5 кДж, после $30 + 607{,}5 = 637{,}5$ кДж, разность 600 кДж. Размерность: кг $\cdot$ м^2/с^2 = Дж.

Смысл: взрыв внутренний, поэтому импульс по горизонтали не меняется; энергия же берётся из взрывчатки и почти вся уходит лёгкому осколку — у него скорость в девять раз больше, чем у снаряда.

Ответ. $Q = 6 \cdot 10^5$ Дж $= 600$ кДж.