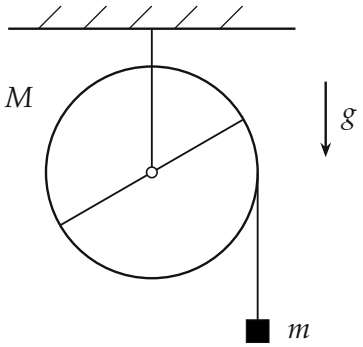
Груз на нити, намотанной на блок-цилиндр

Задача 3. [Физтех 2025/26, 9 класс, вариант 09-03, задача 3] Блок, представляющий собой однородный тонкостенный цилиндр, может вращаться без трения на закреплённой горизонтальной оси. На блок намотана лёгкая нить, один конец которой закреплён на блоке, а к другому концу нити подвешен груз (см. рис.). Блок удерживают, а затем отпускают. Система приходит в движение из состояния покоя. Масса груза $m = 0{,}1$ кг, масса блока $M = 2m$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Трение пренебрежимо мало.

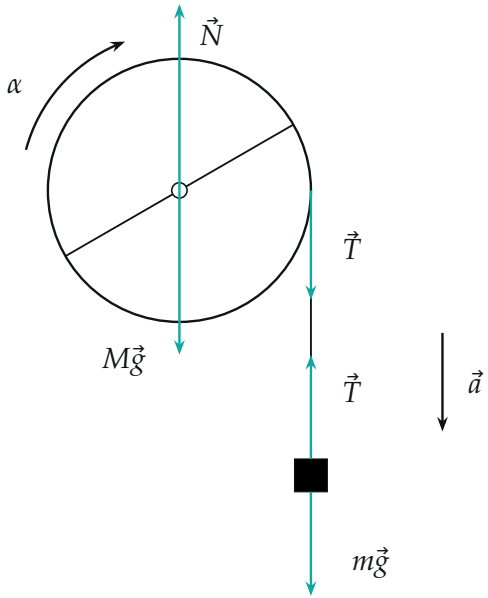


1. Через какое время t_1 после начала движения груз будет двигаться со скоростью $v_1 = 2$ м/с?
2. Найдите силу F, с которой блок действует на ось в процессе движения системы.

▲ **Решение. Что происходит.** Нить нерастяжима и не проскальзывает по блоку, поэтому скорость груза равна скорости точек обода, а ускорение груза a связано с угловым ускорением блока α как $a = \alpha R$. Груз тянет нить вниз, нить раскручивает блок. Вся масса тонкостенного цилиндра сосредоточена на расстоянии R от оси, поэтому его момент инерции $I = MR^2$. Ось блока неподвижна, значит, блок не движется поступательно: все силы на него уравновешены.

Обозначения. R — радиус блока; T — сила натяжения нити (нить лёгкая, поэтому на блок и на груз она действует одной и той же силой);

N — сила, с которой ось действует на блок; a — ускорение груза, направление вниз.



Силы на блок и на груз; груз ускоряется вниз, блок вращается по часовой стрелке.

1. Уравнения движения.

Нить не проскальзывает: $a = \alpha R$.

Второй закон Ньютона для груза в проекции на ось, направленную вниз: $ma = mg - T$.

Основной закон вращательного движения для блока относительно его неподвижной оси: $I\alpha = TR$. Сила тяжести блока Mg и сила оси N приложены к оси, их плечо равно нулю, момента они не создают. Подставляем $I = MR^2$ и $\alpha = a/R$:

$$MR^2 \cdot \frac{a}{R} = TR \quad \Rightarrow \quad T = Ma.$$

Подставляем T в уравнение для груза: $ma = mg - Ma$, откуда

$$a = \frac{mg}{m + M} = \frac{g}{3} \approx 3{,}3 \text{ м/с}^2.$$

Проверка по энергии: за опускание груза на x потенциальная энергия mgx переходит в кинетическую энергию груза $mv^2/2$ и блока $Mv^2/2$ (каждый элемент обода движется со скоростью v): $mgx = (m+M)v^2/2$, а при $a = \text{const}$ имеем $v^2 = 2ax$, то есть $a = mg/(m+M)$. Тот же результат.

2. Пункт 1. Груз стартует из покоя и движется равноускоренно (ускорение не меняется), $v_1 = at_1$:

$$t_1 = \frac{v_1}{a} = \frac{3v_1}{g} = \frac{3 \cdot 2}{10}\ \text{с} = 0{,}6\ \text{с}.$$

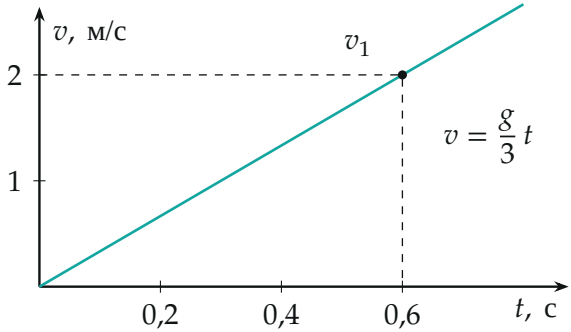


График скорости груза: прямая из начала координат, точка $(t_1;\ v_1)$.

3. Пункт 2. Из пункта 1 известно $T = Ma$:

$$T = Ma = \frac{Mmg}{m+M} = \frac{2}{3}mg = \frac{2}{3}\ \text{Н} \approx 0{,}67\ \text{Н}$$

(использовано $M = 2m$ и $mg = 1$ Н; проверка: $T = 0{,}2 \cdot \frac{10}{3}$ Н $= \frac{2}{3}$ Н).

Центр блока неподвижен, поэтому сумма сил на блок равна нулю. Нить действует на блок вниз силой T, сила тяжести направлена вниз, сила оси N — вверх:

$$N = Mg + T = 2\ \text{Н} + \frac{2}{3}\ \text{Н} = \frac{8}{3}\ \text{Н}.$$

По третьему закону Ньютона блок действует на ось с силой такой же величины: $F = N$.

Обратите внимание. (1) Натяжение нити не равно mg: груз движется с ускорением, и $T < mg$. (2) Сила на ось не равна ни Mg, ни $(M + m)g = 3$ Н: она больше веса блока ровно на натяжение нити, а натяжение меньше веса груза.

Проверка. Размерность: $a = mg/(m + M)$ — м/с^2, $T = Ma$ — Н. Предельные случаи: $M \to 0$ даёт $a = g$, $T = 0$, $F = 0$ (лёгкий блок не мешает падению груза); $M \to \infty$ даёт $a \to 0$, $T \to mg$, $F \to Mg + mg$ (блок неподвижен, груз висит). Полученная сила $8/3$ Н $\approx 2{,}67$ Н лежит между $Mg = 2$ Н и $(M + m)g = 3$ Н, как и должно быть. Смысл: тонкостенный блок «тяжёл» в динамике вращения (вся масса на ободе), поэтому груз падает втрое медленнее свободного, а ось несёт почти весь вес системы.

Ответ. 1) $t_1 = 0{,}6$ с; 2) $F = \dfrac{8}{3}$ Н $\approx 2{,}7$ Н.