Порции горячей воды в стакане

Задача 4. [Физтех 2025/26, 9 класс, вариант 09-03, задача 4] В массивном стакане находится вода, состояние равновесное. В первом опыте в стакан добавляют порцию горячей воды. В установившемся состоянии приращение температуры в стакане $\Delta t_1 = 6$ °C. Во втором опыте в стакан добавляют ещё одну такую же порцию горячей воды. Во втором опыте приращение температуры в стакане $\Delta t_2 = 4$ °C.

1. На сколько Δt °C температура добавляемой в стакан горячей воды больше начальной температуры стакана с водой? Потери теплоты считайте пренебрежимо малыми.

▲ **Решение. Что происходит.** Рисунка в условии нет, поэтому нарисуем опыт сами (рис. 1). Стакан вместе с водой в нём — одно тело с теплоёмкостью C. Горячая порция воды — тело с теплоёмкостью c (все порции одинаковы). Потерь теплоты нет, поэтому при смешивании всё тепло, которое отдаёт более горячее тело, получает более холодное, и в конце всё имеет одну температуру. Главное — после первого опыта порция остаётся в стакане: теплоёмкость стакана с водой становится $C + c$, а температура выше начальной на Δt_1. Разности температур отсчитываем от начальной температуры стакана T_0.

Обозначения. C — теплоёмкость стакана с водой в начале; c — теплоёмкость одной порции; θ — на сколько горячая порция теплее начального стакана (это и надо найти); $x = C/c$.

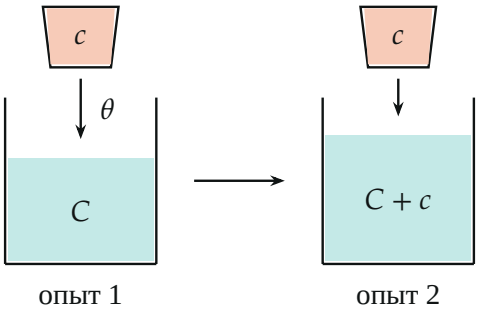


Рис. 1. Стакан с водой (теплоёмкость C) и порция горячей воды (теплоёмкость c): после первого опыта порция остаётся в стакане.

1. Опыт 1. Порция остывает от $T_0 + \theta$ до $T_0 + \Delta t_1$ и отдаёт $c(\theta - \Delta t_1)$. Стакан нагревается от T_0 до $T_0 + \Delta t_1$ и получает $C\Delta t_1$. Уравнение теплового баланса:

$$c(\theta - \Delta t_1) = C\,\Delta t_1 \quad \Rightarrow \quad \theta = (x+1)\,\Delta t_1.$$

2. Опыт 2. Теперь температура стакана $T_0 + \Delta t_1$, а теплоёмкость $C + c$. Новая порция горячая, как и раньше, $T_0 + \theta$. Она остывает до $T_0 + \Delta t_1 + \Delta t_2$, а стакан нагревается на Δt_2:

$$c(\theta - \Delta t_1 - \Delta t_2) = (C + c)\,\Delta t_2 \quad \Rightarrow \quad \theta - \Delta t_1 = (x+2)\,\Delta t_2.$$

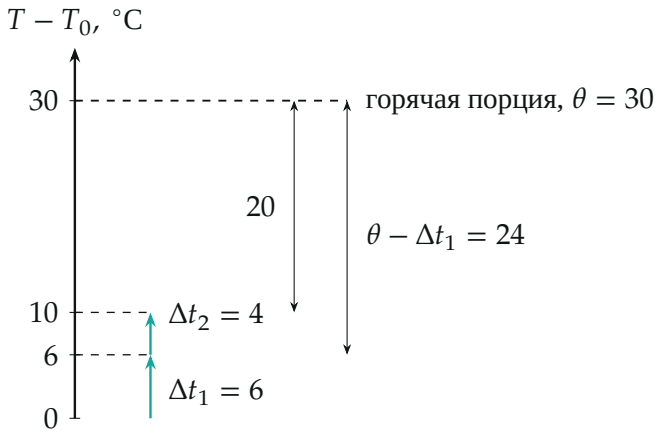


Рис. 2. Температуры относительно начальной: за первый опыт стакан приближается к горячей порции на Δt_1, за второй — ещё на Δt_2.

3. Решаем систему. Из опыта 1: $\theta = (x+1)\Delta t_1$. Подставляем в уравнение опыта 2: $(x+1)\Delta t_1 - \Delta t_1 = (x+2)\Delta t_2$, то есть $x\,\Delta t_1 = (x+2)\Delta t_2$, откуда

$$x = \frac{2\Delta t_2}{\Delta t_1 - \Delta t_2} = \frac{2 \cdot 4}{6 - 4} = 4.$$

Значит, теплоёмкость стакана с водой в четыре раза больше теплоёмкости порции. Температура порции

$$\theta = (x+1)\,\Delta t_1 = 5 \cdot 6\,^\circ\mathrm{C} = 30\,^\circ\mathrm{C},$$

в общем виде $\theta = \Delta t_1 \dfrac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{\Delta t_1 - \Delta t_2}$.

Тепловой баланс удобно увидеть площадями (рис. 3): ширина прямоугольника — теплоёмкость, высота — изменение температуры, площадь — количество теплоты. Отданное порцией (бирюзовое) и полученное стаканом (серое) — равные площади.

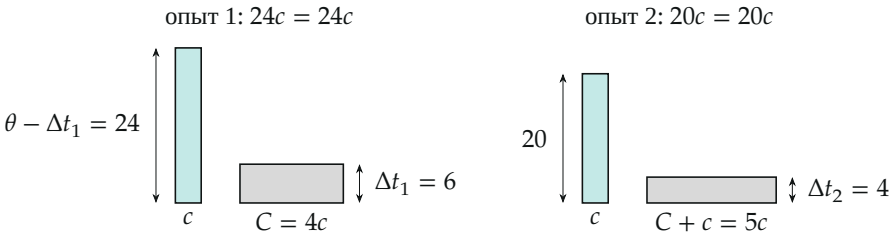


Рис. 3. Площадь — теплота: узкий высокий прямоугольник порции равен по площади широкому низкому прямоугольнику стакана.

Обратите внимание. (1) Во втором опыте нагревается стакан вместе с первой порцией: теплоёмкость $C + c$, а не C. (2) Горячая порция во втором опыте отдаёт тепло, остывая от $T_0 + \theta$, а не от $T_0 + \Delta t_1$: порция та же, что и в первом опыте.

Проверка. Второй способ: при $C = 4c$ имеем $C + c = 5c$. После первого опыта температура $T_0 + (4c \cdot 0 + c \cdot 30)/(5c) = T_0 + 6$ — верно. Во втором: $(5c \cdot 6 + c \cdot 30)/(6c) = 10$, то есть общий подъём 10°C и $\Delta t_2 = 10 - 6 = 4$ — верно. Размерность: отношения $\Delta t/\Delta t$ безразмерны. Смысл: чем больше стакан (больше x), тем меньше его нагревает каждая порция; из-за этого приращения убывают, и $\Delta t_1 > \Delta t_2$ обязательно. Каждая порция уменьшает «зазор» до горячей воды в $(x + 1)$ и $(x + 2)$ раз — по величине зазоров $30 \to 24 \to 20$.

Ответ. 1) $\Delta t = 30$ °C.