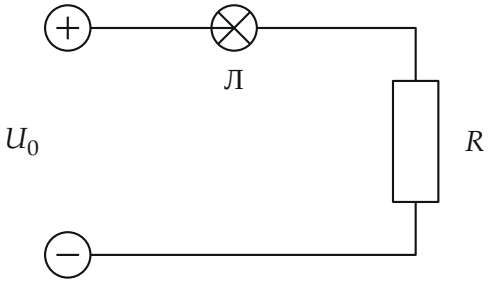
Лампа с квадратичной ВАХ и резистор

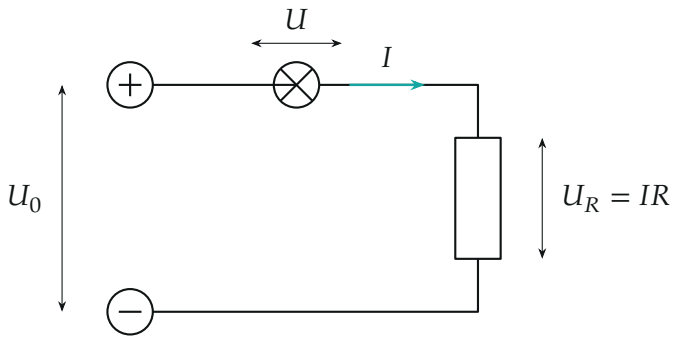
Задача 5. [Физтех 2025/26, 9 класс, вариант 09-03, задача 5] Электрическая цепь, состоящая из последовательно соединённых резистора с сопротивлением $R = 50$ Ом и лампы, подключена (см. рис.) к источнику постоянного напряжения $U_0 = 1{,}5$ В. Напряжение U на лампе и сила I тока, текущего через лампу, связаны соотношением $I = kU^2$, здесь $k = 0{,}01$ А/В^2.



1. Найдите напряжение U на лампе.
2. Найдите мощность P сил в источнике.

▲ **Решение. Что происходит.** Лампа и резистор включены последовательно, поэтому ток через них один, а напряжения складываются и дают напряжение источника. У резистора $U_R = IR$ (закон Ома), у лампы связь тока и напряжения нелинейная: $I = kU^2$. Поэтому в уравнение входит одна неизвестная U, и уравнение оказывается квадратным. Мощность сил в источнике — работа в секунду, которую источник совершает над зарядами: $P = U_0 I$.

Обозначения. U_R — напряжение на резисторе; I — ток в цепи, он же ток через лампу.



Напряжения в цепи: $U_0 = U + U_R$, ток I один и тот же.

1. Уравнение для напряжений. Сумма напряжений на последовательных элементах равна напряжению источника:

$$U_0 = U + IR.$$

Подставляем $I = kU^2$:

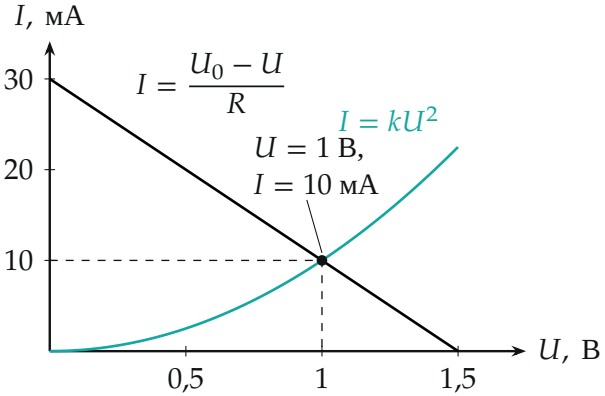
$$U_0 = U + kRU^2 \quad \Rightarrow \quad kR\,U^2 + U - U_0 = 0.$$

Числа: $kR = 0{,}01 \cdot 50\ \text{В}^{-1} = 0{,}5\ \text{В}^{-1}$, поэтому $0{,}5\,U^2 + U - 1{,}5 = 0$, или $U^2 + 2U - 3 = 0$:

$$U = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} \quad \Rightarrow \quad U = 1\ \text{В} \ \text{ или } \ U = -3\ \text{В}.$$

Корень $U = -3$ В не годится: при таком напряжении лампа сама отдавала бы энергию (напряжение против тока), а лампа потребитель и отдавать энергию не может. Остаётся

$$U = 1\ \text{В}.$$



Графическое решение: прямая нагрузки (закон Ома для цепи) и парабола лампы пересекаются в рабочей точке.

2. Проверка по графику. Те же два условия можно записать графически. Ток в цепи по закону Ома $I = (U_0 - U)/R$ — прямая, спадающая от 30 мА при $U = 0$ до нуля при $U = U_0$. Ток лампы $I = kU^2$ — парабола. Они пересекаются в одной точке с $U > 0$, и это $U = 1$ В, $I = 10$ мА.

3. Ток и мощность. Ток в цепи: $I = kU^2 = 0{,}01 \cdot 1^2$ А $= 0{,}01$ А $=$ 10 мА. Проверка по резистору: $U_R = IR = 0{,}01 \cdot 50$ В $= 0{,}5$ В, и $U + U_R = 1{,}5$ В $= U_0$. Мощность сил источника

$$P = U_0 I = 1{,}5 \text{ В} \cdot 0{,}01 \text{ А} = 0{,}015 \text{ Вт} = 15 \text{ мВт}.$$

Обратите внимание. (1) Закон Ома $U = IR$ для лампы использовать нельзя: её сопротивление U/I не постоянно, она нелинейна (здесь $U/I = 100$ Ом только в рабочей точке). (2) Второй корень квадратного уравнения отбрасываем по физическому смыслу.

Проверка. Размерность: kU^2 — А, kR — В^{-1}, kRU^2 — В. Второй способ: мощность по приёмникам: $P_л = UI = 1 \cdot 0{,}01 = 10$ мВт, $P_R = I^2R = 10^{-4} \cdot 50 = 5$ мВт, сумма 15 мВт $= U_0 I$ — баланс сходится. Предел: при $k \to 0$ лампа почти не пропускает ток, и всё напряжение источника падает на ней: $U \to U_0$ — уравнение это даёт. Смысл: источник отдаёт 15 мВт, треть уходит в резистор, две трети — в лампу.

Ответ. 1) $U = 1$ В; 2) $P = 15$ мВт.