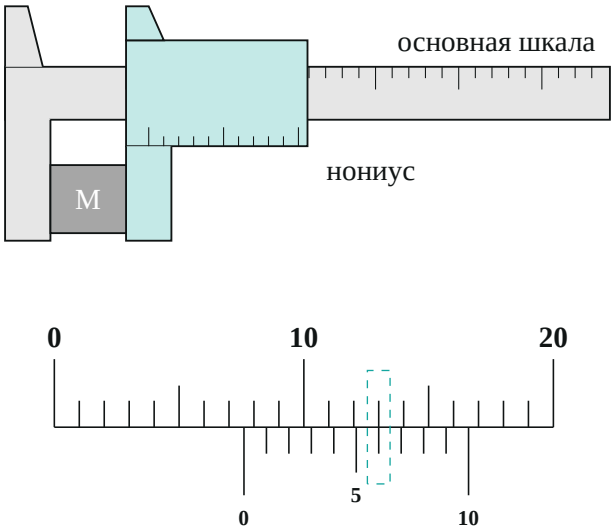
Нониус штангенциркуля

Задача 1. [ИОШ 2014/15, 11 класс, задача 1] Для измерений размеров используется точный измерительный прибор — штангенциркуль, который кроме основной шкалы имеет дополнительную подвижную шкалу — нониус, цена деления которой составляет 0,9 мм. Название — нониус — произошло от фамилии автора — португальского математика Нуниша (пишется Nonius). Нониус позволяет измерять размеры с точностью 0,1 мм. Объясните, как это удается сделать.



▲ **Решение. Что происходит.** Задача на устройство измерительного прибора. Деление нониуса короче деления основной шкалы ровно на 0,1 мм. Поэтому, двигаясь вдоль нониуса от его нуля, мы на каждом делении «догоняем» миллиметровые штрихи основной шкалы на 0,1 мм. Номер штриха нониуса, который совпал со штрихом шкалы, показывает, сколько десятых миллиметра пришлось догонять, — это и есть дробная часть размера.

Обозначения. L — размер предмета; при измерении нуль нониуса стоит на отметке L основной шкалы (губки сомкнуты — нуль нониуса на нуле шкалы); $L = n + \delta$, где n — целое число миллиметров, δ — дробная

часть ($0 \le \delta < 1$ мм); $a = 1$ мм — цена деления шкалы; $b = 0{,}9$ мм — цена деления нониуса; k — номер штриха нониуса ($k = 0, 1, \ldots, 10$).

1. Целые миллиметры. Нуль нониуса стоит между штрихами n и $n+1$ основной шкалы. Число n — последний штрих шкалы перед нулём нониуса — даёт целую часть размера. На рисунке условия нуль нониуса прошёл штрих 7: $n = 7$ мм.

2. Где стоит k-й штрих нониуса. Он отстоит от нуля нониуса на kb, то есть находится на отметке шкалы

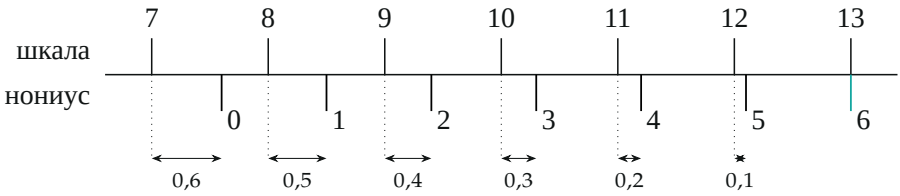
$$x_k = L + kb = n + \delta + k\,(a - 0{,}1\text{ мм}) = n + k + (\delta - 0{,}1k) \quad [\text{мм}].$$

Сравним его со штрихом шкалы $n + k$: расстояние между ними $\delta - 0{,}1k$ с каждым следующим k уменьшается на 0,1 мм.

3. Какой штрих совпадёт. Штрих нониуса совпадает со штрихом шкалы, когда $\delta - 0{,}1k = 0$:

$$k = \frac{\delta}{0{,}1\text{ мм}} \quad \Rightarrow \quad \delta = 0{,}1\,k\text{ мм}.$$

Номер совпавшего штриха нониуса — число десятых долей миллиметра. Совпадение возможно только при δ, кратном 0,1 мм. Если δ лежит между, ни один штрих не совпадает точно, и выбираем тот, у которого рассогласование меньше, — ошибка не больше 0,05 мм. Отсюда точность 0,1 мм.



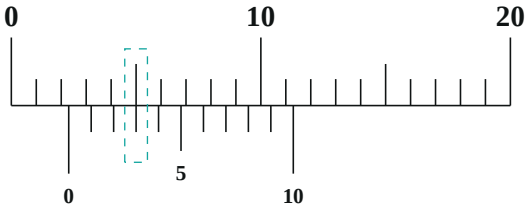
Пример рисунка условия, $L = 7{,}6$ мм, крупно. Под штрихом k нониуса — его расстояние (в мм) от штриха $7 + k$ шкалы: оно убывает на 0,1 мм за деление и обращается в ноль у штриха 6.

4. Отсчёт по рисунку условия. Нуль нониуса прошёл штрих 7, совпал шестой штрих нониуса (со штрихом 13 шкалы, обведён):

$$L = 7 + 6 \cdot 0{,}1 = 7{,}6 \text{ мм}.$$

Проверка: $x_6 = 7{,}6 + 6 \cdot 0{,}9 = 13{,}0$ мм — точно на штрихе шкалы.

5. Ещё пример. Для предмета размером 2,3 мм нуль нониуса проходит штрих 2, а совпадает третий штрих нониуса: $x_3 = 2{,}3 + 3 \cdot 0{,}9 = 5{,}0$ мм.



$L = 2{,}3$ мм: совпадает штрих 3 нониуса.

Обратите внимание. Десять делений нониуса занимают $10 \cdot 0{,}9 = 9$ мм — ровно на одно деление шкалы меньше. Именно разность $a - b = a/10$ задаёт точность нониуса; при $b = 0{,}95$ мм и 20 делениях получился бы нониус на 0,05 мм.

Проверка. Крайние случаи: $\delta = 0$ — совпадает нулевой (и десятый) штрих, размер целый; $\delta = 0{,}9$ мм — совпадает девятый штрих, он стоит на $n + 0{,}9 + 8{,}1 = n + 9$ мм. Все десять значений $\delta = 0;\ 0{,}1;\ \ldots;\ 0{,}9$ мм дают разные номера штрихов — отсчёт однозначен.

Ответ. Целые миллиметры читают по основной шкале перед нулём нониуса. Деление нониуса (0,9 мм) на 0,1 мм короче деления шкалы, поэтому k-й штрих нониуса отстоит от ближайшего штриха шкалы на $\delta - 0{,}1k$; совпадает штрих с номером $k = \delta/0{,}1$ мм. Номер совпавшего штриха — число десятых миллиметра (на рисунке 7,6 мм).