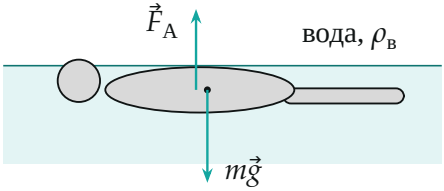
Объём собственного тела

Задача 2. [ИОШ 2014/15, 11 класс, задача 2] Оцените объём своего тела. Также оцените и обоснуйте точность этой оценки, т.е. укажите интервал вблизи данного Вами значения, внутрь которого точное значение объёма обязательно попадёт. Значения всех необходимых для оценки величин выберете сами, исходя из своих знаний, опыта и здравого смысла.

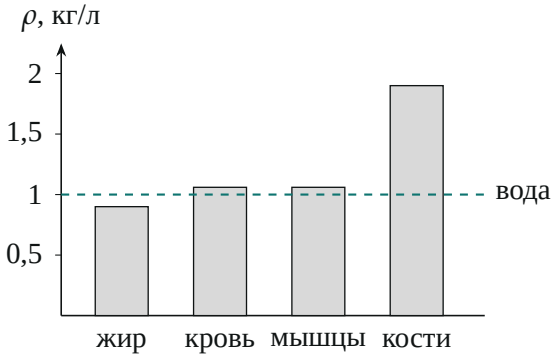
▲ **Решение. Что происходит.** Задача-оценка. Объём тела неправильной формы проще всего найти через массу и плотность: $V = m/\rho$. Массу человек знает, а плотность тела близка к плотности воды — это видно по тому, как человек ведёт себя в воде: с полной грудью воздуха держится на поверхности, после полного выдоха медленно тонет. Значит, средняя плотность тела переходит через плотность воды, когда меняется объём воздуха в лёгких. Отсюда и оценка, и её точность: она определяется тем, на сколько меняется объём тела при дыхании.

Обозначения. m — масса тела (для оценки возьмём $m = 60$ кг); $\rho_в = 1{,}0$ кг/л — плотность воды; V — объём тела; $V_{вд}$ и $V_{выд}$ — объём тела после полного вдоха и после полного выдоха; $\Delta V = V_{вд} - V_{выд}$ — наибольшее изменение объёма лёгких (жизненная ёмкость лёгких); $V_0 = m/\rho_в$ — объём воды той же массы.



Поясняющий рисунок. Человек с полной грудью воздуха лежит в воде; на него действуют сила тяжести и сила Архимеда.

1. Из чего состоит тело. Тело человека примерно на 60% — вода. Мышцы немного плотнее воды (около 1,06 кг/л), жир легче (0,9 кг/л), кости заметно плотнее (1,9 кг/л), но их немного. В среднем плотность тела отличается от плотности воды на несколько процентов. Точнее её задаёт опыт с плаванием.



Плотности тканей тела (кг/л). Штриховая линия — плотность воды.

2. Условия плавания. По второму закону Ньютона для человека, неподвижного в воде, в проекции на вертикаль: сила тяжести mg уравновешена силой Архимеда $\rho_в g V_{погр}$, а $V_{погр} \le V$. Человек может держаться на поверхности, только если

$$mg \le \rho_в g V \quad \Leftrightarrow \quad V \ge \frac{m}{\rho_в} = V_0.$$

После полного вдоха человек держится на воде: $V_{вд} \ge V_0$. После полного выдоха тонет: $V_{выд} < V_0$. Значит,

$$V_{выд} < V_0 \le V_{вд}.$$

3. Оценка объёма. Берём $V \approx V_0 = m/\rho_в$:

$$V \approx \frac{60\text{ кг}}{1{,}0\text{ кг/л}} = 60\text{ л}.$$

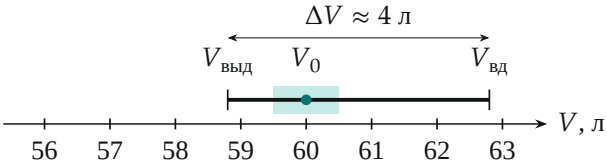
Объём в литрах численно равен массе в килограммах.

4. Точность. Объём тела в любой момент лежит между $V_{выд}$ и $V_{вд}$, и V_0 лежит там же. Значит, отличие V от V_0 не больше ширины этого отрезка:

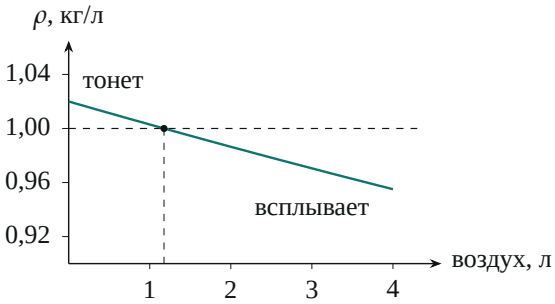
$$|V - V_0| \le V_{вд} - V_{выд} = \Delta V.$$

Жизненная ёмкость лёгких взрослого — 3–4 л, поэтому *гарантированный* интервал $V = 60 \pm 4$ л (около $\pm 7\%$). При спокойном дыхании объём

лёгких меняется лишь на 0,5 л, а сам человек в спокойном состоянии в воде почти невесом — объём тела отличается от V_0 примерно на 1 л. Так что обычно $V = 60 \pm 1$ л.



Объём тела при дыхании меняется от $V_{выд}$ до $V_{вд}$. Оценка $V_0 = m/\rho_в$ лежит внутри этого отрезка (бирюзовая полоса — спокойное дыхание).



Средняя плотность тела массой 60 кг в зависимости от объёма воздуха в лёгких (сверх остаточного). При $\rho > \rho_в$ человек тонет, при $\rho < \rho_в$ всплывает.

Обратите внимание. Плотность нельзя брать из таблицы для отдельной ткани — мышцы, жир и кости дают разброс больше 10%. Опыт с плаванием даёт среднюю плотность сразу с точностью до объёма вдоха.

Проверка. Размерность: $[m/\rho] =$ кг/(кг/л) $=$ л. Порядок величины: человек — примерно цилиндр высотой 1,7 м и сечением 0,035 м^2 (например, 25 × 14 см), его объём $\approx$ 0,06 м^3 $=$ 60 л — то же самое. Для своей массы подставьте свою: $m = 70$ кг даёт $V \approx 70$ л.

Ответ. $V \approx m/\rho_в$: объём в литрах численно равен массе в килограммах (для $m = 60$ кг $V \approx 60$ л). Точность: при спокойном дыхании (так считают организаторы) — ± 1 л; если интервал должен накрыть объём при любом дыхании, от полного выдоха до полного вдоха, — гарантированно ± 4 л (жизненная ёмкость лёгких).