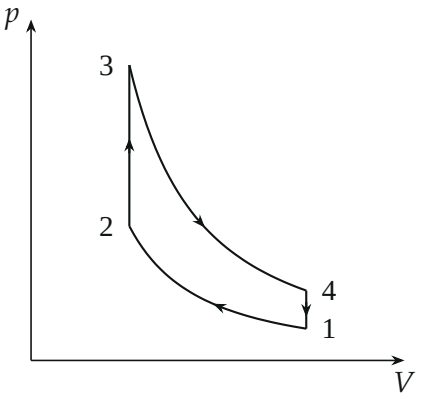
Цикл Отто

Задача 4. [ИОШ 2014/15, 11 класс, задача 4] Двигатель внутреннего сгорания работает по циклу, состоящему из двух адиабат и двух изохор (цикл Отто). Бензин впрыскивается в цилиндр двигателя при комнатной температуре ($T_1 = 20°\text{C}$, состояние 1 на рисунке). Затем на участке $1-2$ смесь воздуха с бензином адиабатически (без теплообмена с окружающей средой) сжимается, нагреваясь до температуры $T_2 = 250°\text{C}$. Затем смесь поджигается (участок $2-3$), затем совершает работу на участке адиабатического расширения $3-4$, а затем на участке $4-1$ выбрасывается из цилиндра и заменяется на холодный атмосферный воздух. Найти КПД двигателя. В адиабатическом процессе давление и объём газа связаны соотношением: $pV^\gamma = \text{const}$, где γ — некоторое известное число.



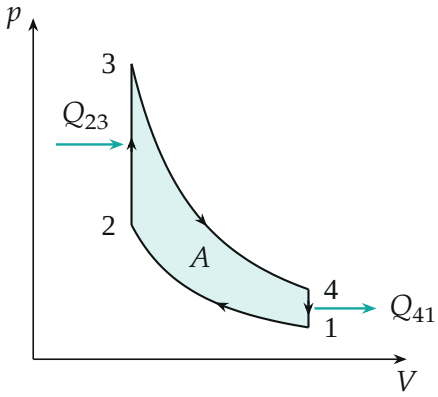
▲ **Решение. Что происходит.** Задача на КПД теплового цикла. Газ получает теплоту только на изохоре 2–3 (сгорание) и отдаёт только на изохоре 4–1 (выброс). На адиабатах теплообмена нет. КПД — доля полученной теплоты, превращённая в работу. Теплоты на изохорах выражаются через разности температур, а связь температур даёт уравнение адиабаты. Неизвестные T_3, T_4 и даже γ из ответа выпадут.

Обозначения. ν — количество газа (считаем его идеальным и неизменным за цикл; бензина в смеси мало); C_V — молярная теплоёмкость при постоянном объёме; $V_2 = V_3$ и $V_1 = V_4$ — объёмы на изохорах;

$T_1 = 293$ K, $T_2 = 523$ K; Q_{23} — теплота, полученная газом на 2–3; Q_{41} — теплота, отданная на 4–1; A — работа за цикл.

1. КПД через теплоты. По первому закону термодинамики за цикл внутренняя энергия возвращается к исходной, поэтому работа газа $A = Q_{23} - Q_{41}$, и

$$\eta = \frac{A}{Q_{23}} = 1 - \frac{Q_{41}}{Q_{23}}.$$



Теплота входит на изохоре 2–3 и выходит на изохоре 4–1; площадь цикла (бирюзовая) — работа A.

2. Теплоты на изохорах. При постоянном объёме газ работы не совершает, вся теплота идёт на изменение внутренней энергии (первый закон термодинамики):

$$Q_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2), \qquad Q_{41} = \nu C_V (T_4 - T_1) \quad \Rightarrow \quad \eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

3. Адиабата в переменных T, V. По уравнению Менделеева–Клапейрона $p = \nu RT/V$. Подставляем в $pV^\gamma = \text{const}$:

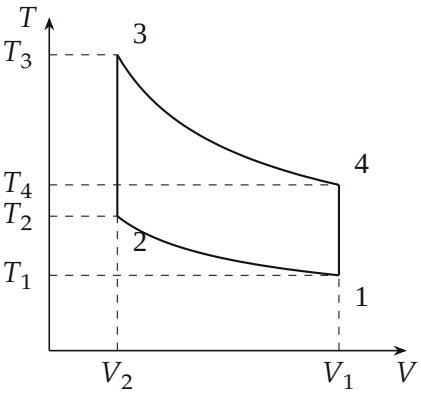
$$\frac{\nu RT}{V} V^\gamma = \text{const} \quad \Rightarrow \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}.$$

Для адиабаты 1–2 и адиабаты 3–4 (объёмы на концах у них одни и те же,

V_1 и V_2):

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}, \qquad \frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_3}{T_4} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Обе адиабаты «растягивают» температуру в одно и то же число раз $\varepsilon^{\gamma-1}$, где $\varepsilon = V_1/V_2$ — степень сжатия.



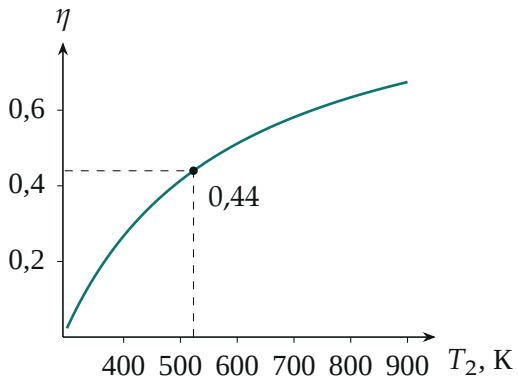
Тот же цикл в осях T, V. Адиабаты между одними и теми же объёмами меняют температуру в одно и то же число раз: $T_3/T_4 = T_2/T_1$.

4. КПД. Из пункта 3 $T_3 = T_4\,T_2/T_1$, тогда

$$T_3 - T_2 = \frac{T_2}{T_1}(T_4 - T_1) \quad \Rightarrow \quad \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \frac{T_1}{T_2},$$

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = \frac{523 - 293}{523} \approx 0{,}44.$$

Второй способ (через давления, как у организаторов). На изохоре $Q = \nu C_V \Delta T = \frac{C_V}{R} V \Delta p$. Из уравнений адиабат $p_1 = p_2(V_2/V_1)^\gamma$ и $p_4 = p_3(V_2/V_1)^\gamma$ следует $p_4/p_1 = p_3/p_2$, то есть $T_4/T_1 = T_3/T_2$ — то же соотношение, что и выше.



КПД цикла Отто $\eta = 1 - T_1/T_2$ при $T_1 = 293$ К в зависимости от температуры в конце сжатия. Точка — условие задачи.

Обратите внимание. КПД определяется только температурами в начале и в конце *сжатия*, а не максимальной температурой сгорания T_3. Он совпадает с КПД цикла Карно между T_1 и T_2, хотя сам цикл до гораздо более высокой температуры T_3 доходит: на КПД Карно между T_1 и T_3 он не тянет.

Проверка. Пределы: $T_2 \to T_1$ (нет сжатия) — $\eta \to 0$, двигатель без сжатия не работает; чем сильнее сжатие, тем выше T_2 и КПД. Через степень сжатия: $\eta = 1 - \varepsilon^{1-\gamma}$; при $\gamma = 1{,}4$ наш ответ соответствует $\varepsilon = (523/293)^{2{,}5} \approx 4{,}3$ — разумная степень сжатия для бензинового двигателя. Ответ безразмерный и меньше единицы.

Ответ. $\eta = 1 - \dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{T_2 - T_1}{T_2} = \dfrac{230}{523} \approx 0{,}44.$