Объём собственного тела

Задача 2. [ИОШ 2014/15, 9 класс, задача 2] Оцените объём своего тела. Также оцените и обоснуйте точность этой оценки, т.е. укажите интервал вблизи данного Вами значения, внутрь которого истинное значение объёма обязательно попадёт. Значения всех необходимых для оценки величин выберете сами, исходя из своих знаний, опыта и здравого смысла.

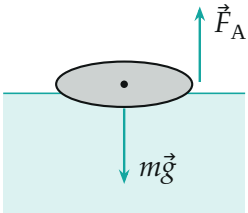
▲ **Решение. Что происходит.** Измерять объём тела напрямую неудобно, а массу знает каждый. Объём равен массе, делённой на среднюю плотность, а средняя плотность тела очень близка к плотности воды: тело в основном из воды, и человек в воде держится у самой границы «плывёт — тонет». Точность оценки задаёт то, насколько средняя плотность может отличаться от плотности воды, — а это решают лёгкие: при вдохе объём тела растёт, масса почти не меняется. Задача-оценка: связь массы, объёма и плотности плюс условие плавания.

Обозначения. m — масса тела (возьмём $m = 60$ кг); V — объём тела; $\rho_в = 1$ кг/л — плотность воды; $V_{вд}$ и $V_{выд}$ — объём тела на полном вдохе и полном выдохе; $\Delta V_д \approx 0{,}5$ л — объём спокойного вдоха.

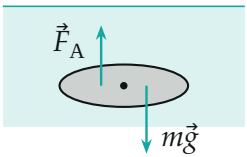
1. Оценка через плотность. По определению средней плотности $V = m/\rho$. Тело человека примерно на две трети состоит из воды, остальное — белки, жиры, кости с плотностями от 0,9 до 1,9 кг/л, в сумме средняя плотность близка к плотности воды. Берём $\rho \approx \rho_в$:

$$V \approx \frac{m}{\rho_в} = \frac{60\text{ кг}}{1\text{ кг/л}} = 60\text{ л}.$$

Объём в литрах численно равен массе в килограммах.



вдох: всплывает



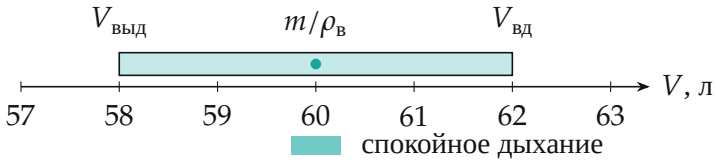
выдох: тонет

На полном вдохе выталкивающая сила больше силы тяжести — тело всплывает; на полном выдохе меньше — тонет.

2. Что даёт опыт с плаванием. Известно: с полным вдохом человек лежит на воде, с полным выдохом медленно тонет (этим пользуются ныряльщики). Условие плавания — закон Архимеда: тело всплывает, если сила Архимеда $\rho_в g V$ больше силы тяжести mg, тонет — если меньше. Значит,

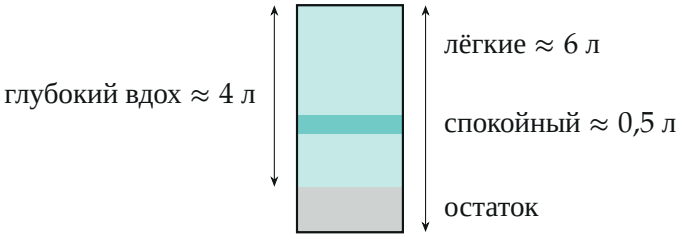
$$\rho_в g V_{вд} > mg > \rho_в g V_{выд} \quad \Rightarrow \quad V_{выд} < \frac{m}{\rho_в} < V_{вд}.$$

Наша оценка $m/\rho_в$ лежит между объёмами тела на выдохе и на вдохе.



Объём тела меняется от $V_{выд}$ до $V_{вд}$ (полоса ширины ≈ 4 л), оценка $m/\rho_в$ лежит внутри; при спокойном дыхании объём гуляет лишь на $\approx 0{,}5$ л.

3. Насколько меняется объём при дыхании. Объём лёгких взрослого — 5–6 л. При спокойном дыхании за вдох входит около 0,5 л воздуха, при самом глубоком вдохе после полного выдоха — около 4 л (жизненная ёмкость лёгких). Грудная клетка расширяется на столько же, и объём тела меняется на эту величину.



Объёмы лёгких: остаточный объём не выдыхается никогда; глубокий вдох — около 4 л, спокойный — около 0,5 л.

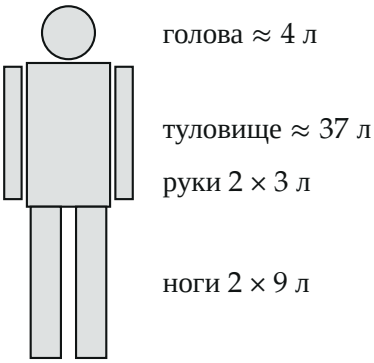
4. Интервал. Оценка $m/\rho_в$ лежит внутри интервала $[V_{выд};\ V_{вд}]$ шириной около 4 л, поэтому в любой момент истинный объём отличается от неё не больше чем на ширину этого интервала:

$$V = \frac{m}{\rho_в} \pm 4\text{ л} = 60 \pm 4\text{ л} \quad \text{(гарантированно)}.$$

При спокойном дыхании объём колеблется лишь на $\approx 0{,}5$ л около среднего, поэтому практически $V = 60 \pm 1$ л.

Обратите внимание. Брать справочную плотность «мышц» или «жира» по отдельности не нужно и даже вредно: точнее всего среднюю плотность задаёт опыт с плаванием.

Проверка. Относительная точность: $1/60 \approx 2\,\%$ при спокойном дыхании, $4/60 \approx 7\,\%$ в худшем случае. Другой способ проверить: объём тела можно грубо собрать из цилиндров (туловище $\approx$ цилиндр высотой 0,6 м и радиусом 0,14 м — 37 л, две ноги по $\approx$ 9 л, руки по $\approx$ 3 л, голова $\approx$ 4 л): около 65 л — тот же порядок, но с гораздо большей погрешностью.



Грубая проверка: тело как набор цилиндров и шара — около 65 л.

Ответ. $V \approx m/\rho_в$: объём в литрах численно равен массе в килограммах (для $m = 60$ кг $V \approx 60$ л). Точность: при спокойном дыхании (так считают организаторы) — ± 1 л; если интервал должен накрыть объём при любом дыхании, от полного выдоха до полного вдоха, — гарантированно ± 4 л (жизненная ёмкость лёгких).