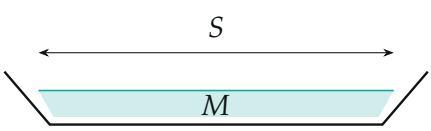
Испарение воды из блюдца

Задача 5. [ИОШ 2015/16, 11 класс, задача 5] В небольшое блюдце налили $M = 20$ г воды. Оцените, за какое время вода полностью испарится. Температура воды и воздуха $t = 20\,^\circ$C, давление насыщенных паров воды при этой температуре — $p = 2{,}4 \cdot 10^3$ Па, площадь блюдца $S = 100$ см^2, относительная влажность воздуха 70 %. Считать, что влажность воздуха одинакова во всём объёме помещения (в том числе и около поверхности) и не меняется в процессе испарения.



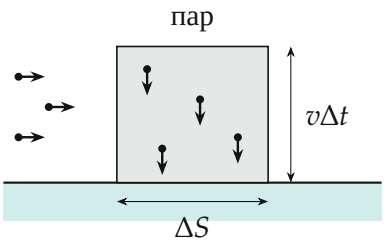
Поясняющий рисунок: блюдце с водой массой M, площадь поверхности S.

▲ **Решение. Что происходит.** С поверхности воды непрерывно вылетают молекулы (испарение) и одновременно влетают обратно молекулы пара из воздуха (конденсация). Скорость испарения зависит только от температуры воды. Её найдём хитро: в насыщенном паре испарение и конденсация уравновешены, значит, испарение равно потоку молекул насыщенного пара на поверхность — а его можно сосчитать из молекулярно-кинетической теории. При влажности 70 % обратно прилетает только 70 % этого потока, и вода теряет массу. Задача-оценка на МКТ: поток молекул на стенку.

Обозначения. $\mu = 18$ г/моль — молярная масса воды, $T = 293$ К; n, ρ — концентрация и плотность пара, v — средняя (среднеквадратичная) скорость молекул; q — масса, падающая из насыщенного пара на единицу площади за единицу времени; τ — время испарения.

1. Поток молекул на площадку. Модель: треть молекул движется вдоль оси, перпендикулярной поверхности, и половина из них — к поверхности, все со скоростью v. За время Δt до площадки ΔS долетят те, кто находится в цилиндре высотой $v\Delta t$:

$$\Delta N = \frac{1}{6}\, n\, v\, \Delta S\, \Delta t, \qquad \Delta m = \frac{1}{6}\, \rho\, v\, \Delta S\, \Delta t.$$



Молекулы, летящие вниз, из цилиндра высотой $v\Delta t$ над площадкой ΔS успевают до неё долететь; летящие вбок — нет.

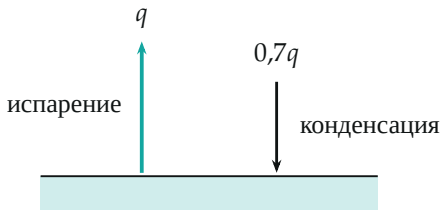
2. Скорость и плотность пара. Основное уравнение МКТ $p = \frac{1}{3}\rho v^2$ даёт $v = \sqrt{3p/\rho}$, уравнение Менделеева — Клапейрона $\rho = \dfrac{p\mu}{RT}$. Тогда

$$q = \frac{1}{6}\rho v = \frac{1}{6}\sqrt{3p\rho} = \frac{p}{6}\sqrt{\frac{3\mu}{RT}}.$$

Числа: $v = \sqrt{3RT/\mu} \approx 640$ м/с, $\rho \approx 1{,}8 \cdot 10^{-2}$ кг/м^3, $q \approx 1{,}9$ кг/(м^2·с).

3. Испарение минус конденсация. В насыщенном паре масса воды не меняется: испарение с единицы площади за единицу времени равно q. Испарение определяется температурой воды, поэтому и в нашем воздухе оно равно q. Конденсация пропорциональна давлению пара, то есть $0{,}7q$. Скорость убыли массы с единицы площади

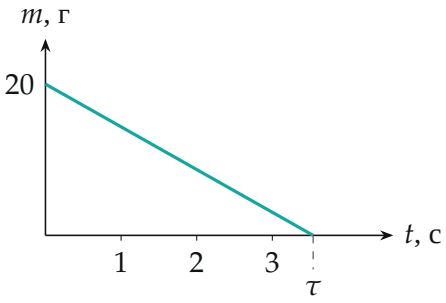
$$q_{\text{исп}} = q - 0{,}7q = 0{,}3q \approx 0{,}57\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}.$$



Поток молекул из воды (испарение, как в насыщенном паре) и обратно (конденсация, 70 % от насыщенного): вода теряет $0{,}3q$.

4. Время испарения. Масса уходит равномерно: $M = q_{\text{исп}} S \tau$,

$$\tau = \frac{M}{0{,}3\, q\, S} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{0{,}57 \cdot 1 \cdot 10^{-2}}\ \text{с} \approx 3{,}5\ \text{с} \approx 3\ \text{с}.$$



Масса воды в модели задачи убывает линейно и обращается в нуль через $\tau \approx 3{,}5$ с.

Обратите внимание. Оценка верна в рамках условия, но реальное блюдце сохнет часы и сутки. Условие «влажность у поверхности такая же, как во всём помещении» нарушается: над водой сразу скапливается почти насыщенный пар, и испарение тормозится медленной диффузией пара в комнату. Ответ показывает, насколько быстро шло бы испарение, если бы пар мгновенно уносился.

Проверка. Размерность: $p\sqrt{\mu/(RT)}$ — Па·с/м = кг/(м^2·с). Второй способ: точная формула потока с распределением Максвелла $q = p\sqrt{\mu/(2\pi RT)} \approx 2{,}6$ кг/(м^2·с) даёт $\tau \approx 2{,}6$ с — порядок тот же, несколько секунд. Предел: при влажности 100 % $q_{\text{исп}} = 0$ и вода не испаряется, как и должно быть.

Ответ. $\tau = \dfrac{6M}{(1 - 0{,}7)\, pS}\sqrt{\dfrac{RT}{3\mu}} \approx 3$ с (в рамках предположений условия; на деле испарение идёт гораздо медленнее).