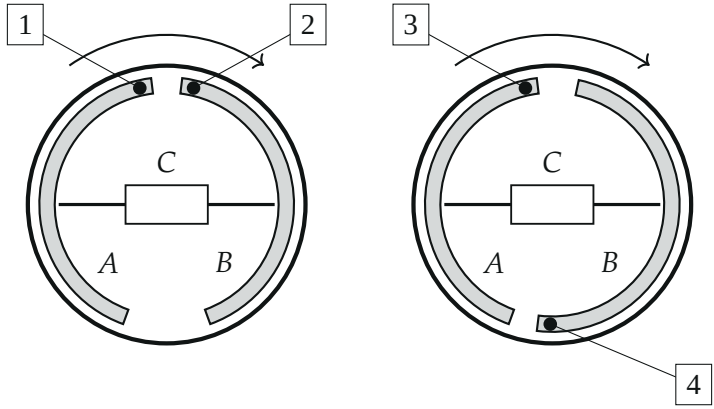
Барабанный тормоз

Задача 1. [ИОШ 2015/16, 9–10 класс, задача 1] На рисунке показаны две схемы расположения барабанного тормоза автомобиля. Принцип работы тормоза заключается в следующем. На оси колёс надеты цилиндрические барабаны, вращающиеся вместе с колёсами. К торцевым стенкам барабана (которые вместе с барабаном не вращаются) прикреплены две тормозные колодки A и B (в точках 1, 2, 3 и 4). При нажатии на педаль тормоза возрастает давление жидкости в тормозных цилиндрах C, колодки прижимаются к внутренней поверхности барабана и тормозят его благодаря трению. Какая система — показанная на левом или правом рисунке — тормозит более эффективно? Направление вращения барабана показано стрелкой. Ответ обосновать.



▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на равновесие тела с осью вращения (правило моментов) и силу трения скольжения. Колодка — рычаг, закреплённый на оси в своей точке (1, 2, 3 или 4). Цилиндр давит на колодку, колодка давит на барабан, и сила трения пропорциональна силе нормального давления: $F_{\text{тр}} = \mu N$. Но барабан, вращаясь, тащит колодку за собой силой трения, и момент этой силы относительно оси колодки либо дополнительно прижимает колодку к барабану («заклинивание», самоусиление), либо отжимает её. Эффективнее тот тормоз, где обе колодки заклиниваются.

Обозначения. P — сила, с которой цилиндр давит на колодку (одна и та же в обеих схемах), N — сила нормального давления колодки на барабан, μ — коэффициент трения, $\vec{F}_{тр}$ — сила трения со стороны барабана на колодку, R — радиус барабана.

1. Куда барабан тянет колодки. Барабан вращается по часовой стрелке. Сила трения скольжения на колодку направлена в сторону движения поверхности барабана относительно колодки (третий закон Ньютона: на барабан колодка действует против его движения, на колодку барабан — по движению). Слева поверхность барабана идёт вверх, справа — вниз (рис. 1, рис. 2, бирюзовые стрелки).

2. Момент силы трения. Ось колодки лежит внутри барабана, а сила трения касается окружности барабана и направлена по его вращению. Поэтому её момент относительно оси любой колодки направлен по часовой стрелке — так же, как вращается барабан: барабан «увлекает» каждую колодку поворачиваться вместе с собой вокруг её оси.

3. Левая схема. Колодка A закреплена сверху (точка 1). Поворот по часовой стрелке вокруг верхней точки сдвигает её нижнюю, свободную часть влево — к барабану. Колодка A прижимается сильнее: её N больше, чем дал бы один цилиндр, и сила трения μN растёт — заклинивание. Колодка B тоже закреплена сверху (точка 2), но находится справа: поворот по часовой стрелке вокруг верхней точки сдвигает её низ тоже влево — от барабана. Её N меньше, чем дал бы цилиндр.

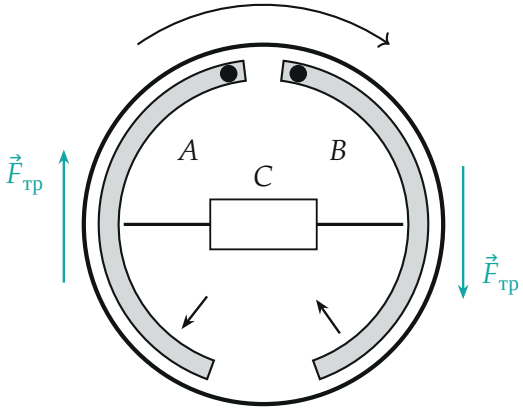


Рис. 1. Левая схема. Бирюзовые стрелки — силы трения со стороны барабана на колодки, чёрные — куда момент трения поворачивает свободный конец колодки: A — к барабану (заклинивание), B — от барабана.

4. Правая схема. Колодка A — как в левой схеме, закреплена сверху (точка 3), заклинивается. Колодка B закреплена снизу (точка 4). Поворот по часовой стрелке вокруг нижней точки сдвигает её верхнюю, свободную часть вправо — к барабану. Заклинивается и она.

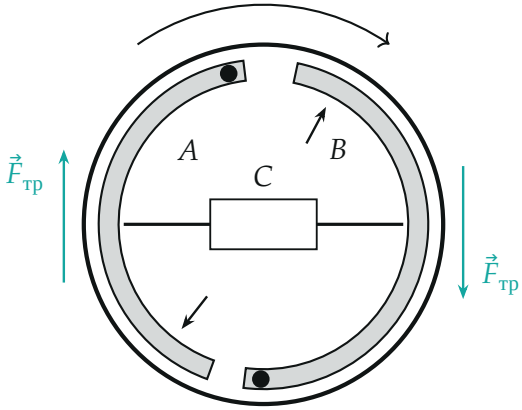


Рис. 2. Правая схема: барабан тянет обе колодки к их осям, момент трения прижимает к барабану обе.

5. Оценка: насколько эффективнее. Упростим колодку до рычага (рис. 3): ось O на расстоянии b по вертикали от линии, по которой действуют сила цилиндра P и сила реакции барабана N (обе горизонтальны, приложены на высоте центра), и на расстоянии a по горизонтали от точки касания K, где приложена сила трения μN (вертикальна). Правило моментов для колодки относительно оси O (колодка неподвижна, сумма моментов ноль):

$$Pb \pm \mu Na - Nb = 0 \quad \Rightarrow \quad N = \frac{P}{1 \mp k}, \qquad k = \frac{\mu a}{b},$$

знак «+» у момента трения — заклинивающая колодка, «−» — отжима-

емая. Тормозящий момент на барабан $M = \mu R\,(N_A + N_B)$:

$$M_{\text{лев}} = \mu RP\left(\frac{1}{1-k} + \frac{1}{1+k}\right) = \frac{2\mu RP}{1-k^2}, \qquad M_{\text{прав}} = \frac{2\mu RP}{1-k},$$

$$\frac{M_{\text{прав}}}{M_{\text{лев}}} = 1 + k.$$

По рисунку условия $a \approx 0{,}8R$, $b \approx 0{,}9R$; при $\mu \approx 0{,}3$ получаем $k \approx 0{,}27$: правая схема тормозит примерно на четверть сильнее при том же давлении в цилиндре.

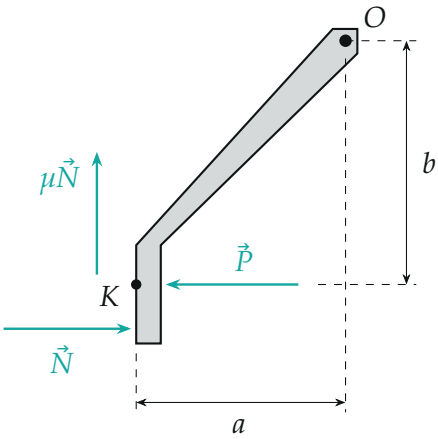


Рис. 3. Упрощённая модель колодки A: ось O сверху, сила цилиндра P и реакция барабана N — горизонтальны, трение μN в точке касания K направлено вверх и поворачивает колодку вокруг O по часовой стрелке, то есть к барабану.

Обратите внимание. Сила трения на колодку направлена по вращению барабана, а не против: против вращения она действует на сам барабан. Ошибка в этом знаке переворачивает весь ответ. У организаторов для правого барабана сказано, что одну колодку трение поворачивает по часовой стрелке, а другую — против; на самом деле момент трения у всех колодок направлен по часовой стрелке, а различается положение оси — поэтому в правой схеме прижимаются обе.

Ответ. Эффективнее правая система: в ней трение заклинивает обе колодки.

Проверка. Предел $\mu \to 0$: $k \to 0$, обе схемы дают $M = 2\mu RP$ — без трения схема крепления неважна, как и должно быть. Обратное вращение (задний ход): момент трения против часовой стрелки, и правая схема отжимала бы обе колодки, а левая по-прежнему заклинивала бы одну (теперь B). Поэтому схему с двумя заклинивающимися колодками ставят под основное направление вращения.

Смысл: выгодно крепить колодку так, чтобы барабан тащил её к её же оси — тогда трение само прижимает колодку.

Ответ. Эффективнее правая система: момент силы трения со стороны барабана прижимает к барабану обе колодки (в левой — только колодку A, а колодку B отжимает); в простой модели тормозящий момент больше в $1 + \mu a/b \approx 1{,}25$ раза.