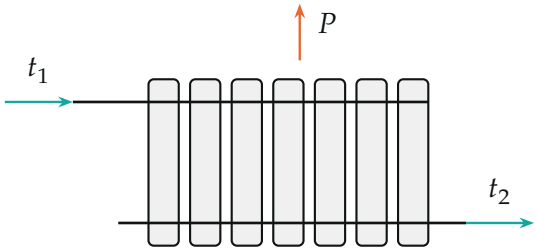
Расход воды в батарее отопления

Задача 2. [ИОШ 2016/17, отборочный этап, 11 класс, задача 2] Определить расход воды в батарее водяного отопления, если вода входит в батарею с температурой $t_1 = 80°C$, выходит — с температурой $t_2 = 70°C$, и батарея обеспечивает мощность $P = 4{,}5$ кВт. Удельная теплоёмкость воды $c = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·град).

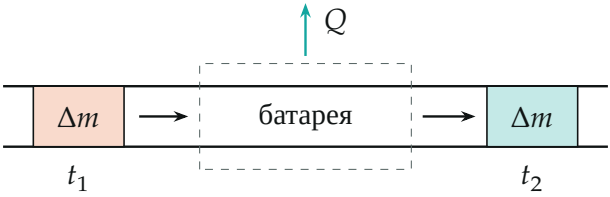


Поясняющий рисунок. Горячая вода входит в батарею при температуре t_1, остывшая выходит при t_2; батарея отдаёт в комнату тепловую мощность P.

▲ **Решение. Что происходит.** Батарея — теплообменник: каждая порция воды, проходя через неё, остывает на $t_1 - t_2$ и отдаёт комнате теплоту. Задача на тепловой баланс в единицу времени: теплота, отданная водой за секунду, и есть мощность батареи.

Обозначения. μ — расход, масса воды, проходящая через батарею за единицу времени; Δt — малый промежуток времени; $\Delta m = \mu \Delta t$ — масса воды, прошедшая за Δt.

1. Сколько воды прошло. Режим установившийся: сколько воды вошло в батарею за Δt, столько и вышло. За время Δt через батарею прошла масса $\Delta m = \mu \Delta t$, она вошла горячей и вышла остывшей.



Порция воды Δm, прошедшая за время Δt: вошла при t_1, вышла при t_2, отдала теплоту Q.

2. Теплота, отданная порцией. Порция Δm остыла от t_1 до t_2; по формуле количества теплоты при остывании без фазовых переходов она отдала

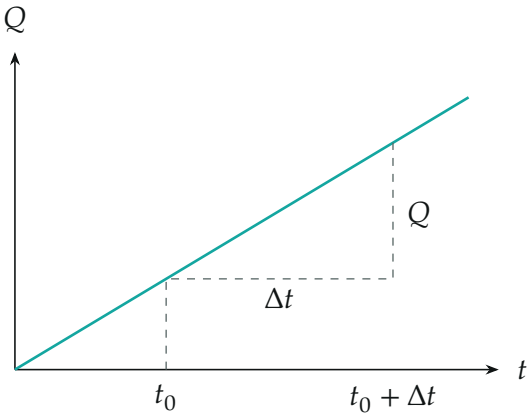
$$Q = c\,\Delta m\,(t_1 - t_2) = c\,\mu\,\Delta t\,(t_1 - t_2).$$

Отданная водой теплота целиком уходит из батареи в комнату (батарея не нагревается, режим установившийся).

3. Тепловой баланс в единицу времени. Мощность — теплота за единицу времени:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} = c\,\mu\,(t_1 - t_2) \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{P}{c\,(t_1 - t_2)}.$$

Δt сократилось — ответ не зависит от выбранного промежутка, как и должно быть в установившемся режиме.



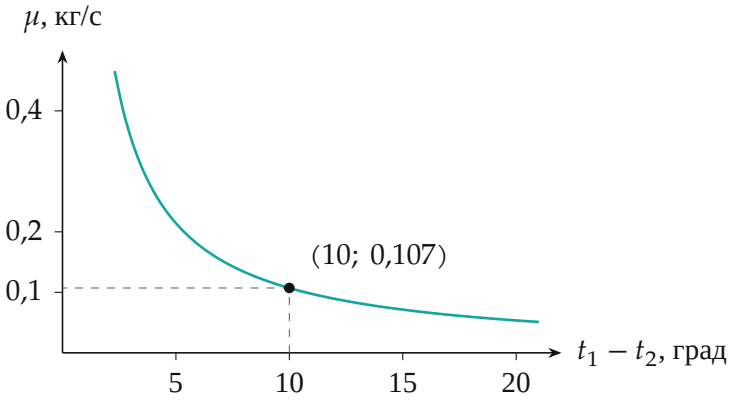
Отданная батареей теплота растёт со временем линейно; наклон прямой — мощность $P = Q/\Delta t$.

Обратите внимание. В формулу входит разность температур $t_1 - t_2 = 10$ град, а не температура воды: важно, на сколько вода остыла. Разность в градусах Цельсия и в кельвинах одинакова, поэтому теплоёмкость «на градус» подставляется без перевода.

4. Расчёт.

$$\mu = \frac{4{,}5 \cdot 10^3 \text{ Вт}}{4{,}2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{град)} \cdot 10 \text{ град}} = 0{,}107 \text{ кг/с}.$$

Это около 6,4 кг воды в минуту, примерно 6,4 литра.



Расход, нужный для мощности 4,5 кВт, в зависимости от остывания воды в батарее: $\mu \propto 1/(t_1 - t_2)$. Точка — условие задачи.

Проверка. Размерность: $\dfrac{\text{Вт}}{\text{Дж/(кг} \cdot \text{град)} \cdot \text{град}} = \dfrac{\text{Дж/с}}{\text{Дж/кг}} = \text{кг/с}$ — расход. Предел: если вода в батарее почти не остывает ($t_1 - t_2 \to 0$), для той же мощности нужен очень большой расход — так и есть, $\mu \to \infty$. Обратный счёт: $4200 \cdot 0{,}107 \cdot 10 \approx 4{,}5 \cdot 10^3$ Вт.

Ответ. $\mu = \dfrac{P}{c\,(t_1 - t_2)} \approx 0{,}107$ кг/с.