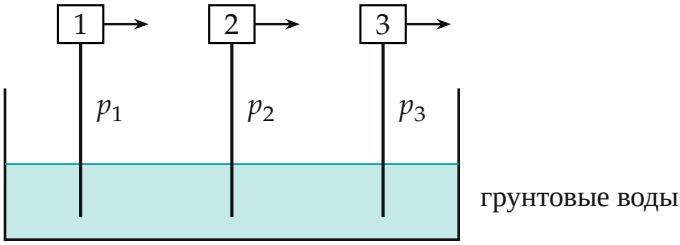
Три насоса в шахте

Задача 1. [ИОШ 2017/18, отборочный этап, 9 класс, задача 1] Три насоса откачивают воду из шахтного водосборника (резервуара, в котором скапливаются просачивающиеся в шахту грунтовые воды). Производительности насосов (объём откачанной за час воды) относятся как $1:2:4$. При этом за время $t = 3$ ч третий насос откачал на $\Delta V = 9$ м^3 воды больше, чем второй. Найти производительности насосов.



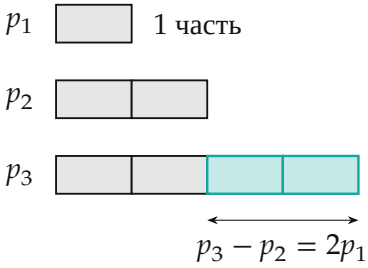
Поясняющий рисунок: три насоса с производительностями p_1, p_2, p_3 откачивают воду из водосборника.

▲ **Решение. Что происходит.** Производительность — объём воды за единицу времени, поэтому за время t насос откачивает объём $V = pt$. Известно отношение производительностей и разница объёмов у второго и третьего насоса. Разница объёмов за время t даёт разницу производительностей, а отношение $1:2:4$ позволяет выразить всё через одну неизвестную. Задача на пропорции и определение производительности.

Обозначения. p_1, p_2, p_3 — производительности насосов (м^3/ч), V_2, V_3 — объёмы, откачанные вторым и третьим насосом за время t.

1. Отношение производительностей. Из $p_1 : p_2 : p_3 = 1 : 2 : 4$ все производительности выражаются через p_1:

$$p_2 = 2p_1, \qquad p_3 = 2p_2 = 4p_1.$$



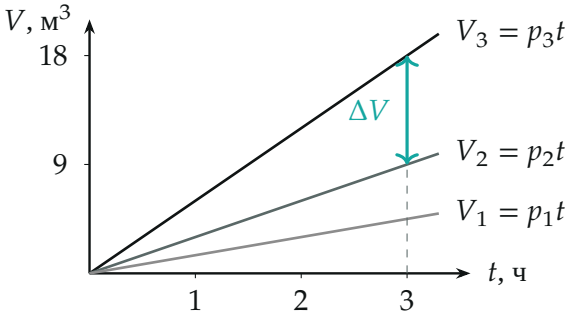
Производительности в «частях»: у первого насоса одна часть, у второго две, у третьего четыре. Третий опережает второй на две части.

2. Разница объёмов. За время t насосы откачивают $V_2 = p_2 t$ и $V_3 = p_3 t$. По условию

$$V_3 - V_2 = (p_3 - p_2)\, t = \Delta V.$$

Подставим $p_3 - p_2 = 4p_1 - 2p_1 = 2p_1$:

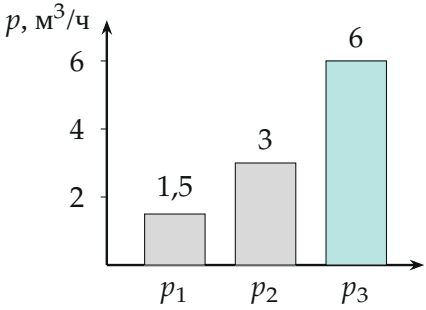
$$2p_1 t = \Delta V \quad \Rightarrow \quad p_1 = \frac{\Delta V}{2t} = \frac{9\ \text{м}^3}{2 \cdot 3\ \text{ч}} = 1{,}5\ \text{м}^3/\text{ч}.$$



Откачанный объём растёт линейно; к моменту $t = 3$ ч прямые третьего и второго насосов разошлись на $\Delta V = 9$ м^3.

3. Остальные производительности.

$$p_2 = 2p_1 = \frac{\Delta V}{t} = 3\ \text{м}^3/\text{ч}, \qquad p_3 = 4p_1 = \frac{2\Delta V}{t} = 6\ \text{м}^3/\text{ч}.$$



Найденные производительности насосов.

Обратите внимание: ΔV — разница объёмов за всё время $t = 3$ ч, а не за час; разница производительностей $p_3 - p_2 = \Delta V / t = 3$ м^3/ч.

Проверка. Размерность: м^3/ч — верно. Подстановка: за 3 ч третий откачивает $6 \cdot 3 = 18$ м^3, второй $3 \cdot 3 = 9$ м^3, разница 9 м^3; отношение $1{,}5 : 3 : 6 = 1 : 2 : 4$. Всё сходится.

Смысл: разница в две «части» производительности за три часа дала 9 м^3, значит, одна часть — 1,5 м^3/ч.

Ответ. $p_1 = \dfrac{\Delta V}{2t} = 1{,}5$ м^3/ч, $p_2 = \dfrac{\Delta V}{t} = 3$ м^3/ч, $p_3 = \dfrac{2\Delta V}{t} = 6$ м^3/ч.