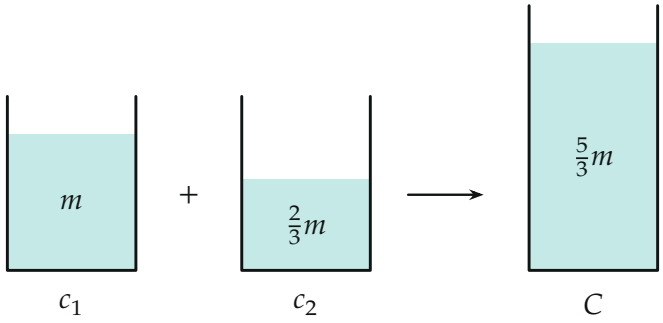
# Растворы серной кислоты

**Задача 1.** [ИОШ 2018/19, 11 класс, задача 1] Имеется два сосуда, в которых находится серная кислота массой $m$ и $\frac{2}{3}m$. Если смешать всё содержимое сосудов, получится раствор с концентрацией $C$, а если смешать равные массы растворов, взятых из обоих сосудов, получится раствор концентрации $1{,}2C$. Найти концентрацию кислоты в сосудах.




*Поясняющий рисунок: растворы двух сосудов с неизвестными концентрациями $c_1$ и $c_2$ и их смесь; высота жидкости пропорциональна массе раствора.*

▲ **Решение. Что происходит.** Концентрация раствора — это доля кислоты в его массе. При смешивании массы растворов складываются и массы кислоты в них тоже складываются, ничто не пропадает. Поэтому концентрация смеси — это масса всей кислоты, делённая на массу всего раствора, то есть среднее концентраций с весами, равными массам растворов. Два способа смешивания дают два уравнения на две неизвестные концентрации $c_1$ и $c_2$. Класс задачи: смешивание растворов, баланс массы кислоты.

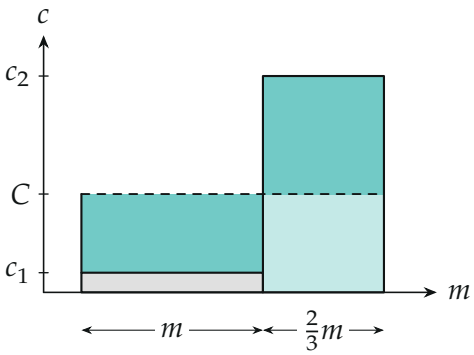
**Обозначения.** $c_1$ и $c_2$ — концентрации (массовые доли кислоты) в сосуде с массой раствора $m$ и в сосуде с массой $\frac{2}{3}m$. Масса кислоты в растворе равна концентрации, умноженной на массу раствора: в первом сосуде $c_1 m$, во втором $\frac{2}{3}c_2 m$.

**1. Смешали всё содержимое.** Масса кислоты в смеси равна сумме масс кислоты в обоих сосудах, масса смеси $m + \frac{2}{3}m = \frac{5}{3}m$. По опреде-

лению концентрации

$$C = \frac{c_1 m + \frac{2}{3} c_2 m}{\frac{5}{3} m} = \frac{3c_1 + 2c_2}{5} \quad \Rightarrow \quad 3c_1 + 2c_2 = 5C. \qquad (1)$$

Это удобно видеть на картинке: площадь столбца «концентрация × масса раствора» — масса кислоты. При смешивании столбцы ставятся рядом, площади складываются, а концентрация смеси — высота такого столбца на всей ширине $\frac{5}{3}m$, у которого та же общая площадь.




*Масса кислоты — площадь столбца. Тёмная бирюза: «излишек» крепкого раствора над уровнем C равен по площади «недостатку» слабого — поэтому уровень смеси C выровнял площади (рисунок для $c_1 < c_2$).*

**2. Смешали равные массы.** Возьмём из каждого сосуда по массе $\mu$ раствора (не больше $\frac{2}{3}m$, иначе во втором сосуде не хватит). Кислоты в этих порциях $c_1\mu$ и $c_2\mu$, масса смеси $2\mu$:

$$1{,}2C = \frac{c_1\mu + c_2\mu}{2\mu} = \frac{c_1 + c_2}{2} \quad \Rightarrow \quad c_1 + c_2 = 2{,}4C. \qquad (2)$$

Масса $\mu$ сократилась: важно только, что массы *равны*.

**3. Решаем систему.** Неизвестных две, уравнений два. Вычтем из (1) удвоенное (2):

$$(3c_1 + 2c_2) - 2(c_1 + c_2) = 5C - 4{,}8C \quad \Rightarrow \quad c_1 = 0{,}2C,$$

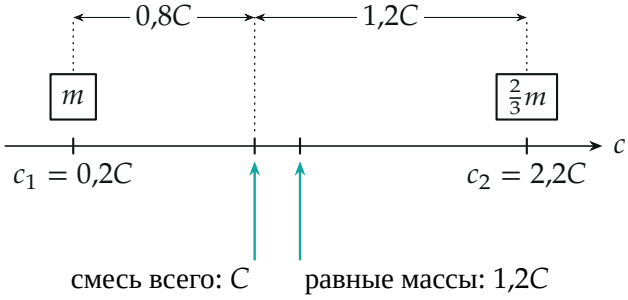
и тогда из (2) $c_2 = 2{,}4C - 0{,}2C = 2{,}2C$.

Обратите внимание: в (2) стоят массы *растворов*, а не масса кислоты. Если взять равные массы чистой кислоты из обоих сосудов, получится совсем другое уравнение. Кроме того, концентрация не больше единицы: $c_2 = 2{,}2C \le 1$, то есть условие задачи возможно только при $C \le \frac{5}{11} \approx 0{,}45$.

**Второй способ: правило рычага.** Концентрация смеси лежит между $c_1$ и $c_2$ и делит расстояние между ними обратно пропорционально массам: ближе к концентрации того раствора, которого больше. Для (1) массы $m$ и $\frac{2}{3}m$:

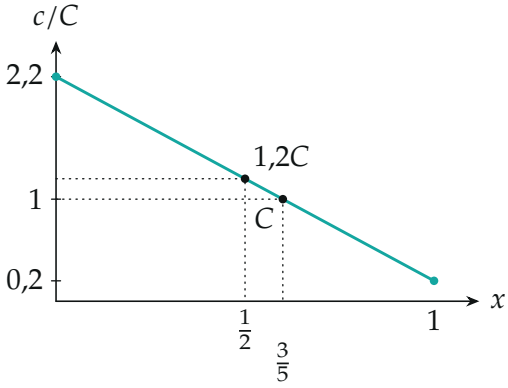
$$\frac{C - c_1}{c_2 - C} = \frac{\frac{2}{3}m}{m} = \frac{2}{3}.$$

Для (2) массы равны, значит $1{,}2C$ — середина отрезка между $c_1$ и $c_2$. Подставим найденные значения: $C - c_1 = 0{,}8C$, $c_2 - C = 1{,}2C$, отношение $\frac{0{,}8}{1{,}2} = \frac{2}{3}$, и $\frac{0{,}2C + 2{,}2C}{2} = 1{,}2C$. Оба условия выполнены.



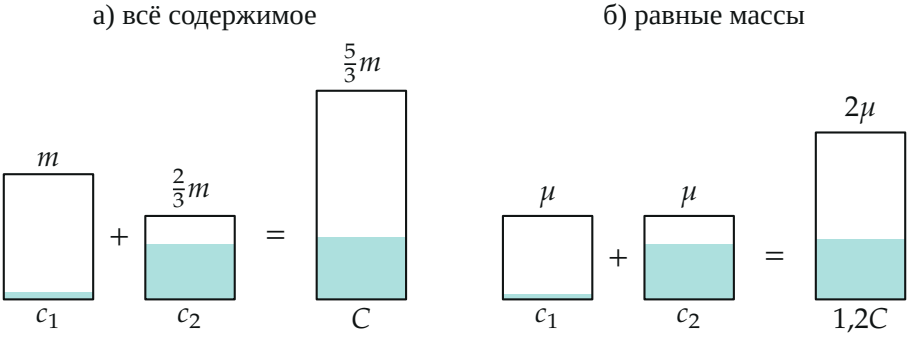

*Концентрация смеси на оси: смесь всего делит отрезок $c_1c_2$ на части $0{,}8C$ и $1{,}2C$, то есть в отношении $2:3$ — обратно массам $m$ и $\frac{2}{3}m$; смесь равных масс — середина отрезка.*

Ещё один взгляд: если доля первого раствора в смеси по массе равна $x$, концентрация смеси $c(x) = xc_1 + (1-x)c_2$ — прямая. Смесь всего содержимого соответствует $x = \frac{m}{5m/3} = \frac{3}{5}$, смесь равных масс — $x = \frac{1}{2}$.




*Концентрация смеси как функция доли $x$ первого раствора по массе: от $2{,}2C$ (только второй раствор) до $0{,}2C$ (только первый). Две отмеченные точки — условия задачи.*

**Проверка.** Подставим числа: пусть $C = 0{,}3$ и $m = 300$ г. Тогда $c_1 = 0{,}06$, $c_2 = 0{,}66$: в первом сосуде 18 г кислоты, во втором (200 г раствора) — 132 г. Всё содержимое: $\frac{18+132}{500} = 0{,}3 = C$. Равные массы по 100 г: $\frac{6+66}{200} = 0{,}36 = 1{,}2C$. Оба условия выполнены. Физический смысл: в тяжёлом сосуде раствор слабый, в лёгком — крепкий (в 11 раз), поэтому смесь всего содержимого ($C$) ближе к слабому раствору, а смесь равных масс — ровно посередине ($1{,}2C$).




*Бирюзовая часть столбца — масса кислоты; в смеси она равна сумме масс кислоты в частях (рисунок для $C = 0{,}3$ и найденных $c_1 = 0{,}06$, $c_2 = 0{,}66$).*

**Ответ.** В сосуде с массой раствора $m$ концентрация кислоты $c_1 = 0{,}2C$; в сосуде с массой $\frac{2}{3}m$ — $c_2 = 2{,}2C$.