Схема трёх лампочек с переключателями

Задача 4. [ИОШ 2018/19, 11 класс, задача 4] Предложите схему включения в бытовую электрическую сеть трёх лампочек. Цепь должна содержать: три лампочки и два переключателя на два положения (рисунок) и иметь следующие режимы работы: при определённом положении двух переключателей нормальным накалом горит только первая лампа; при другом положении переключателей нормальным накалом горит только вторая лампа; при третьем положении переключателей нормальным накалом горит только третья лампа; при четвёртом положении переключателей нормальным накалом горят все три лампы.

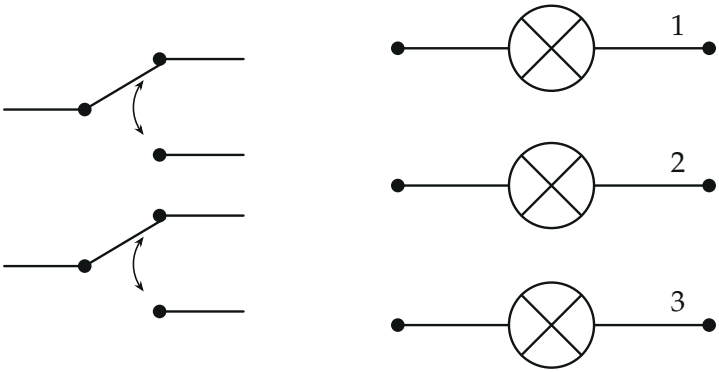
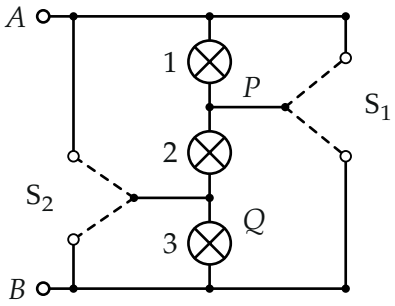


Рисунок условия: два переключателя на два положения (слева: общий контакт и два крайних контакта) и три лампочки (справа).

▲ **Решение. Что происходит.** Лампа рассчитана на напряжение сети U. Она горит нормальным накалом, когда на ней полное напряжение U, и не горит, когда напряжения на ней нет. Напряжение на лампе — разность потенциалов её выводов. Если вывод соединён проводом без сопротивления с проводом сети A, то его потенциал равен потенциалу A; если с B — потенциалу B. Значит, лампа горит, когда её выводы сидят на разных проводах сети, и не горит, когда оба на одном (лампа закорочена). Главная идея: поставим лампы цепочкой между проводами сети, а переключателями будем подсоединять две промежуточные точки цепочки то к A, то к B. Класс задачи: построение схемы по таблице режимов, перебор четырёх положений переключателей.

Обозначения. A и B — провода сети. Лампы соединены цепочкой: A — лампа 1 — точка P — лампа 2 — точка Q — лампа 3 — B. Переключатель S_1 соединяет точку P с проводом A (положение «вверх») или с проводом B («вниз»), переключатель S_2 — точку Q с A или с B. Сопротивление проводов и переключателей считаем нулевым, лампы — одинаковыми на напряжение сети.



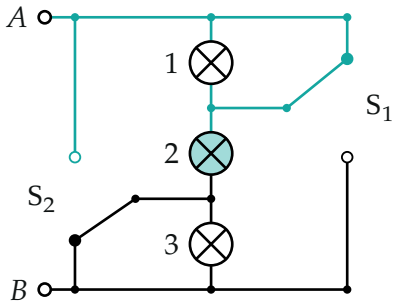
Предложенная схема: лампы 1, 2, 3 — цепочка между проводами сети A и B; переключатель S_1 подсоединяет точку P к A или к B, переключатель S_2 — точку Q к A или к B.

1. Напряжения на лампах. Лампа 1 стоит между A и P, лампа 2 — между P и Q, лампа 3 — между Q и B. Потенциал P равен потенциалу A или B в зависимости от положения S_1, потенциал Q — от положения S_2. Сеть даёт между A и B напряжение U, поэтому напряжения на лампах:

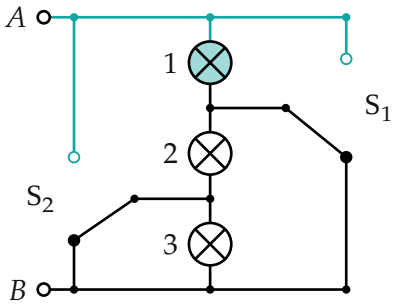
S_1	S_2	U_1	U_2	U_3	горит
вверх ($P = A$)	вниз ($Q = B$)	0	U	0	только лампа 2
вниз ($P = B$)	вниз ($Q = B$)	U	0	0	только лампа 1
вверх ($P = A$)	вверх ($Q = A$)	0	0	U	только лампа 3
вниз ($P = B$)	вверх ($Q = A$)	U	U	U	все три

Четыре положения двух переключателей дают как раз четыре режима из условия.

2. Проверим каждое положение. На рисунках провода, соединённые с A, окрашены бирюзой, с B — чёрным: лампа с выводами одного цвета закорочена, с выводами разного цвета — горит.



S_1 вверх, S_2 вниз
горит только лампа 2

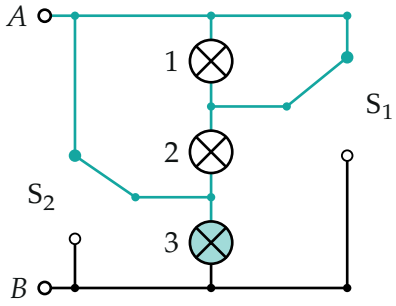


S_1 вниз, S_2 вниз
горит только лампа 1

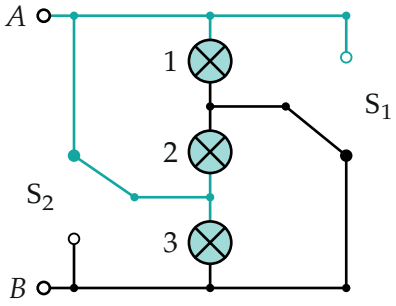
Положения S_1 вверх, S_2 вниз (слева) и оба вниз (справа). Заливка — лампа горит.

S_1 *вверх,* S_2 *вниз.* $P = A$, $Q = B$. Лампа 1: оба вывода на A, закорочена. Лампа 3: оба вывода на B, закорочена. Лампа 2 включена между A и B через переключатели и горит нормальным накалом: ток идёт по цепи $A \to S_1 \to P \to$ лампа $2 \to Q \to S_2 \to B$.

Оба вниз. $P = B$, $Q = B$. Лампа 1 стоит между A и B — горит. Лампы 2 и 3 имеют оба вывода на B и закорочены.



S_1 вверх, S_2 вверх
горит только лампа 3



S_1 вниз, S_2 вверх
горят все три лампы

Положения оба вверх (слева) и S_1 вниз, S_2 вверх (справа).

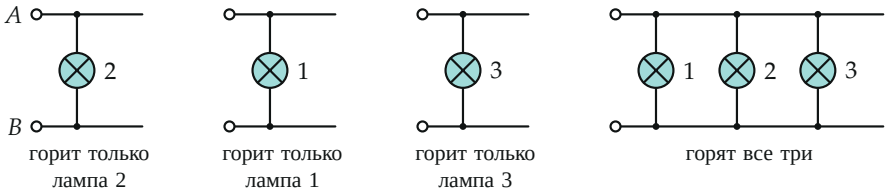
Оба вверх. $P = A$, $Q = A$. Лампы 1 и 2 имеют оба вывода на A и закорочены, лампа 3 стоит между A и B и горит.

S_1 *вниз,* S_2 *вверх.* $P = B$, $Q = A$. Каждая лампа одним выводом на A и другим на B: лампа 1 — A и $P = B$, лампа 2 — $P = B$ и $Q = A$, лампа 3

— $Q = A$ и B. Все три включены параллельно сети и горят нормальным накалом.

Обратите внимание: закороченная лампа не горит не потому, что до неё не доходит ток через цепь, а потому, что на ней нет напряжения; а сеть при этом не замыкается накоротко, ведь между A и B в каждом положении остаётся хотя бы одна горящая лампа.

Второй способ: эквивалентные схемы. Закороченная лампа напряжения не имеет и токов не пропускает, поэтому для остальной цепи её как бы нет. Вычеркнем такие лампы: остаются лампы, включённые прямо между A и B — параллельно.



горит только лампа 2 | горит только лампа 1 | горит только лампа 3 | горят все три

Эквивалентные схемы четырёх положений: остались лампы, на которых полное напряжение сети, включённые параллельно между A и B.

Получаем те же четыре режима. В режимах 1–3 горит одна лампа, в четвёртом — три, общая мощность в нём равна сумме мощностей ламп: $P_1 + P_2 + P_3$.

Проверка. Вариант схемы проверен перебором всех четырёх положений: потенциалы точек P и Q считаем равными потенциалам подсоединённых проводов, и таблица напряжений из пункта 1 получается ровно такой, как нужно (то же показал расчёт потенциалов на компьютере). Режимов нужно ровно четыре, и два переключателя дают как раз четыре положения, поэтому каждому положению отвечает свой режим. Физический смысл: переключатели не меняют сопротивлений ламп, они только решают, к какому проводу сети присоединены выводы лампы.

Ответ. Лампы 1, 2, 3 соединены цепочкой между проводами сети: A — 1 — P — 2 — Q — 3 — B. Переключатель S_1 подсоединяет точку P к A или к B, переключатель S_2 — точку Q к A или к B. Положения (S_1, S_2): вверх–вниз — горит лампа 2; вниз–вниз — лампа 1; вверх–вверх — лампа 3; вниз–вверх — все три лампы.