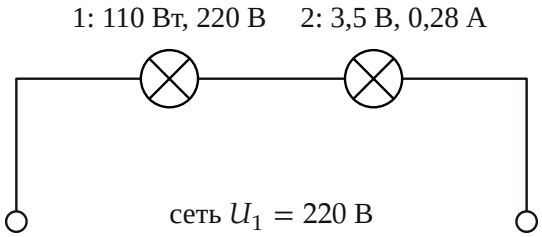
Две лампочки последовательно

Задача 1. [ИОШ 2018/19, 9 класс, задача 1] Имеются две лампочки — одна мощностью $P_1 = 110$ Вт рассчитана на работу в бытовой электрической сети напряжением $U_1 = 220$ В. Вторая лампочка от карманного фонарика рассчитана на напряжение $U_2 = 3{,}5$ В и силу тока $I_2 = 0{,}28$ А. Лампочки соединяют последовательно и подключают к бытовой электрической сети. Перегорит ли какая-нибудь из лампочек? Считать, что нити накала лампочек в любой момент времени имеют сопротивление рабочего режима.



Поясняющий рисунок: лампа 1 (сетевая) и лампа 2 (от фонарика) последовательно в сети 220 В.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на последовательное соединение и закон Ома. Через последовательно соединённые лампы идёт один и тот же ток. Его почти целиком определяет сетевая лампа: её сопротивление в десятки раз больше, чем у лампочки от фонарика. Лампа перегорает, если ток через неё больше рабочего (номинального). Значит, надо найти ток в цепи и сравнить его с рабочими токами обеих ламп.

Обозначения. r_1, r_2 — сопротивления ламп в рабочем режиме (по условию они не меняются); I_1 — рабочий ток сетевой лампы; I — ток в цепи; U_1', U_2' — напряжения на лампах в этой цепи.

1. Сопротивления ламп. Сетевая лампа: мощность P_1 при напряжении U_1. Закон Джоуля — Ленца в форме $P = U^2/r$ даёт

$$r_1 = \frac{U_1^2}{P_1} = \frac{220^2}{110}\ \text{Ом} = 440\ \text{Ом}.$$

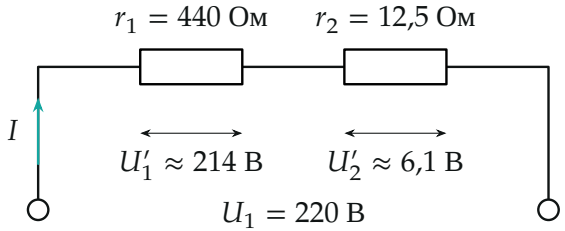
Лампа от фонарика: напряжение U_2 при токе I_2, закон Ома для участка цепи:

$$r_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{3{,}5}{0{,}28}\ \text{Ом} = 12{,}5\ \text{Ом}.$$

Рабочий ток сетевой лампы $I_1 = P_1/U_1 = 0{,}5$ А.

2. Ток в цепи. При последовательном соединении сопротивления складываются, $R = r_1 + r_2 = 452{,}5$ Ом. Закон Ома для всей цепи (сеть даёт напряжение U_1):

$$I = \frac{U_1}{r_1 + r_2} = \frac{U_1}{\dfrac{U_1^2}{P_1} + \dfrac{U_2}{I_2}} = \frac{220}{452{,}5}\ \text{А} \approx 0{,}486\ \text{А}.$$

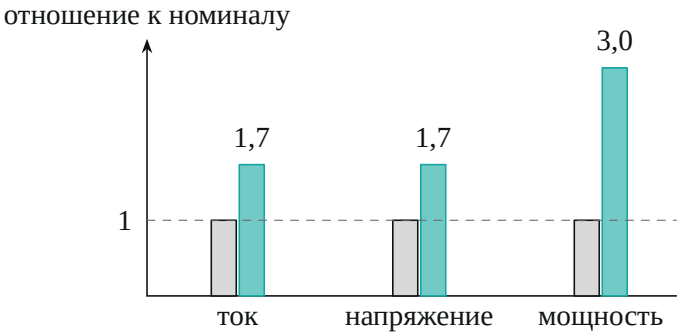


Эквивалентная схема: лампы — сопротивления r_1 и r_2, ток I один на обе; напряжение сети делится пропорционально сопротивлениям.

3. Напряжения на лампах. Закон Ома для каждой лампы:

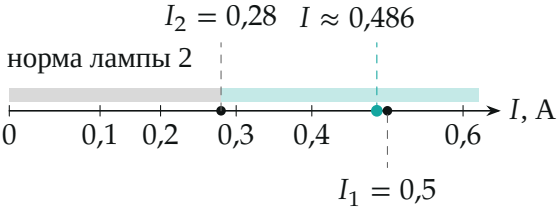
$$U_1' = Ir_1 \approx 214\ \text{В} < U_1 = 220\ \text{В}, \qquad U_2' = Ir_2 \approx 6{,}1\ \text{В} > U_2 = 3{,}5\ \text{В}.$$

Сетевая лампа недогружена ($I < I_1 = 0{,}5$ А) и горит чуть тусклее обычного. На лампочке от фонарика напряжение и ток в $0{,}486/0{,}28 \approx 1{,}74$ раза больше номинальных, а мощность $P_2' = I^2 r_2 \approx 3{,}0$ Вт против номинальной $U_2 I_2 \approx 0{,}98$ Вт — в 3 раза больше.



Лампочка от фонарика в этой цепи: серые столбики — номинал (1), бирюзовые — что получается. Мощность втрое больше рабочей.

4. Вывод. Ток $I \approx 0{,}49$ А почти вдвое больше рабочего тока лампочки фонарика $I_2 = 0{,}28$ А — она перегорит. Сетевая лампа не перегорит: ток через неё меньше её рабочего тока 0,5 А. После того как лампочка фонарика перегорит, цепь разомкнётся и погаснет и сетевая лампа.



Токи на одной оси: ток цепи I лежит выше нормы лампочки фонарика (I_2), но ниже рабочего тока сетевой лампы (I_1).

Обратите внимание. Сравнивать нужно с рабочим током (или напряжением) каждой лампы отдельно, а не с напряжением сети. Сетевой лампе ничего не грозит при любой лампе последовательно с ней: последовательное сопротивление только уменьшает ток через неё.

Ответ «матрёшкой»:

$$I = \frac{U_1}{r_1 + r_2}, \quad r_1 = \frac{U_1^2}{P_1}, \quad r_2 = \frac{U_2}{I_2},$$

$$I = \frac{220}{440 + 12{,}5}\ \text{А} \approx 0{,}486\ \text{А} > I_2 = 0{,}28\ \text{А}.$$

Проверка. Размерность: U^2/P — $\text{В}^2/\text{Вт} = \text{В}/\text{А} = \text{Ом}$, $U/(r_1+r_2)$ — амперы. Второй способ: напряжение делится пропорционально сопротивлениям, $U_2' = U_1\dfrac{r_2}{r_1+r_2} = 220\cdot\dfrac{12{,}5}{452{,}5} \approx 6{,}1\ \text{В} > 3{,}5\ \text{В}$ — тот же вывод. Предел $r_2 \ll r_1$: $I \to U_1/r_1 = I_1 = 0{,}5\ \text{А}$ — ток почти как у одной сетевой лампы, что и видно на оси токов.

Смысл: маленькая лампочка в такой цепи — почти короткое замыкание, ток задаёт большая лампа, а он для маленькой слишком велик.

Ответ. Перегорит лампочка от карманного фонарика: ток в цепи $I = \dfrac{U_1}{U_1^2/P_1 + U_2/I_2} \approx 0{,}486\ \text{А}$ больше её рабочего тока $0{,}28\ \text{А}$ (сетевая лампа не перегорит).