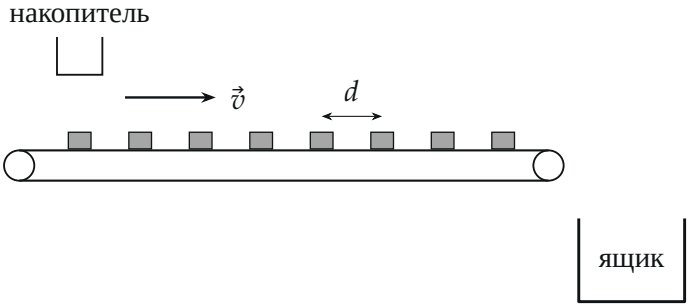
Детали на тормозящей ленте

Задача 4. [ИОШ 2022/23, отборочный этап, 10 класс, задача 4] На горизонтальную ленту транспортёра, которая движется со скоростью $v = 2$ м/с, из накопителя станка падают готовые детали. Лента переносит детали до конца транспортёра, где они сваливаются в ящик — приёмник деталей. Расстояние между соседними деталями $d = 8$ см. Из-за отключения электричества лента практически мгновенно останавливается. Сколько деталей свалится в ящик, если коэффициент трения между деталями и лентой равен $\mu = 0{,}2$? Считать, что $g = 10$ м/с^2.



Поясняющий рисунок: детали лежат на ленте через d и вместе с ней едут к краю, за которым ящик.

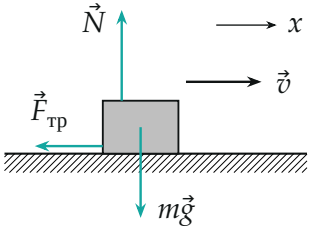
▲ **Решение.** **Что происходит.** Лента остановилась мгновенно, а детали — нет: по инерции они продолжают ехать со скоростью v и скользят по ленте, тормозясь силой трения скольжения. Каждая деталь проходит один и тот же тормозной путь S. В ящик упадут те детали, которые к моменту остановки были ближе к краю, чем S. Задача на равнозамедленное движение под действием трения.

Обозначения. m — масса детали; S — тормозной путь; x_0 — расстояние от края транспортёра до ближайшей к нему детали в момент остановки ленты ($0 \le x_0 < d$); ось x — по движению ленты.

1. Силы на деталь. После остановки ленты деталь скользит по ней вперёд, поэтому сила трения скольжения направлена назад. По вертикали ускорения нет: $N = mg$, значит, $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg$. Второй закон

Ньютона в проекции на x:

$$ma_x = -\mu mg \quad \Rightarrow \quad a_x = -\mu g = -2 \text{ м/с}^2.$$

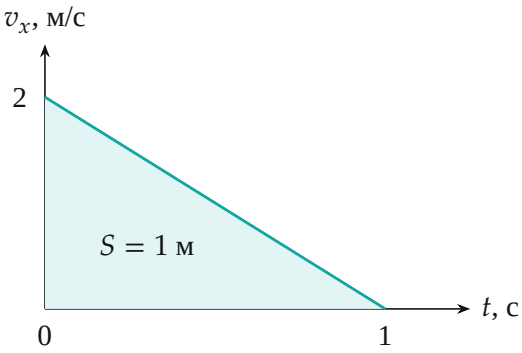


Деталь после остановки ленты: скорость вперёд, трение скольжения назад, $N = mg$.

2. Тормозной путь. Теорема о кинетической энергии для детали от остановки ленты до остановки детали: работа силы трения равна изменению кинетической энергии,

$$0 - \frac{mv^2}{2} = -\mu mg\, S \quad \Rightarrow \quad S = \frac{v^2}{2\mu g} = \frac{4}{2 \cdot 0{,}2 \cdot 10} \text{ м} = 1 \text{ м}.$$

Детали тормозятся одинаково и одновременно, поэтому расстояния между ними не меняются, и обгонять друг друга они не будут.

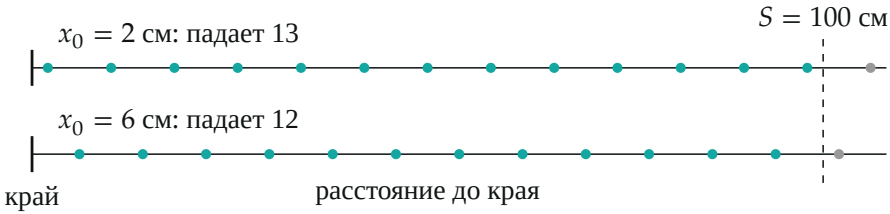


Скорость детали после остановки ленты убывает линейно за $v/(\mu g) = 1$ с; площадь под графиком — тормозной путь $S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$ м (второй способ).

3. Сколько упадёт. Деталь упадёт, если её расстояние до края меньше S. Расстояния до края у деталей $x_0,\ x_0+d,\ x_0+2d,\ \ldots$ Число таких, что $x_0+kd<S$, при $S/d=100/8=12{,}5$:

$$N=\begin{cases}13, & x_0<S-12d=4\text{ см},\\ 12, & 4\text{ см}\le x_0<8\text{ см}.\end{cases}$$

Положение x_0 в условии не задано, поэтому ответ — 12 или 13 деталей; гарантированно упадут 12, в среднем $S/d=12{,}5$. Организаторы дают целую часть: $N=[S/d]=12$.



Детали через 8 см и граница $S=1$ м. Бирюзовые — успеют доехать до края и упадут. Сдвиг всей цепочки на 4 см меняет ответ на единицу.

Обратите внимание. Ответ «12» не означает, что 12 упадёт всегда: при $S/d=12{,}5$ дробная часть ровно $\frac{1}{2}$, и тринадцатая деталь падает, если ближайшая к краю была от него не дальше 4 см.

Соберём ответ:

$$S=\frac{v^2}{2\mu g}=1\text{ м},\qquad N\approx\frac{v^2}{2\mu g d}=12{,}5,\ \text{то есть 12 или 13 деталей.}$$

Проверка. Размерность: $\dfrac{(\text{м/с})^2}{\text{м/с}^2}=$ м. Второй способ для S — площадь под графиком скорости (рисунок): $\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1=1$ м. Предел: при $\mu\to\infty$ детали останавливаются сразу, $S\to 0$ — падает самое большее одна, уже свисающая с края. Физический смысл: метр тормозного пути — это двенадцать с половиной промежутков между деталями.

Ответ. $S = \dfrac{v^2}{2\mu g} = 1$ м, свалится $\left[\dfrac{v^2}{2\mu g d}\right] = 12$ деталей (13, если ближайшая к краю деталь была от него не дальше 4 см).