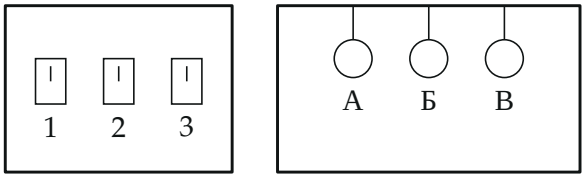
Три лампочки и три выключателя

Задача 1. [ИОШ 2022/23, отборочный этап, 9 класс, задача 1] В комнате находится три электрических лампочки, каждая из которых включается одним из трёх выключателей, расположенных в соседней комнате. Для того чтобы определить, какая лампочка каким выключателем включается, нужно сходить из одной комнаты в другую, включить какой-нибудь из выключателей, вернуться назад и посмотреть, какая из ламп горит. Какое минимальное количество заходов в комнату, где расположены выключатели, и возвращений назад нужно сделать, чтобы однозначно ответить на поставленный вопрос. Опишите, как вы это будете делать.



комната с выключателями — комната с лампами

Поясняющий рисунок: выключатели 1, 2, 3 и лампы А, Б, В в разных комнатах; из одной комнаты другую не видно.

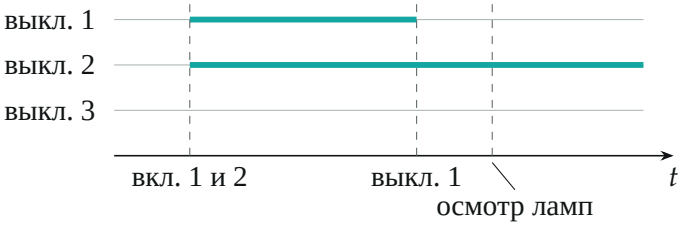
▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на то, сколько информации даёт один осмотр ламп. Если смотреть только на то, горит лампа или нет, у лампы два состояния, а различить надо три выключателя — одного осмотра не хватит. Главная идея: у лампы накаливания есть ещё одно состояние — она горячая какое-то время после выключения. Тогда три состояния (горит; не горит, но тёплая; холодная) различают три выключателя за один заход.

Обозначения. Выключатели 1, 2, 3; лампы А, Б, В (в комнате с лампами).

1. Меньше одного захода нельзя. Без захода в комнату с выключателями все лампы выключены и одинаковы — узнать ничего нельзя. Значит, нужен хотя бы один заход.

2. Одного захода хватает, если пользоваться и светом, и теплом. Действуем так.

1. Заходим в комнату с выключателями, включаем выключатели 1 и 2.
2. Ждём несколько минут: нить накала и колба лампы успевают сильно нагреться.
3. Выключаем выключатель 1, выключатель 2 оставляем включённым, выключатель 3 не трогаем.
4. Сразу идём в комнату с лампами.

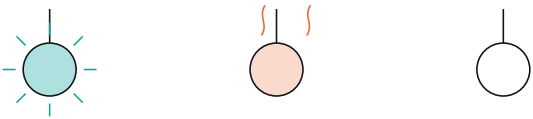


Порядок действий: толстая бирюзовая полоса — выключатель включён. Выключатель 1 включён несколько минут и выключен, 2 включён до конца, 3 не трогаем.

3. Что видим в комнате с лампами. Подходим к лампам.

- Лампа, которая горит, соединена с выключателем 2 — он один включён сейчас.
- Из двух негорящих трогаем рукой колбы. Тёплая лампа горела несколько минут и ещё не остыла — это выключатель 1.
- Холодная лампа не включалась вовсе — это выключатель 3.

Три выключателя оставили на лампах три разных следа, поэтому соответствие находится однозначно.



горит ⇓ выключатель 2

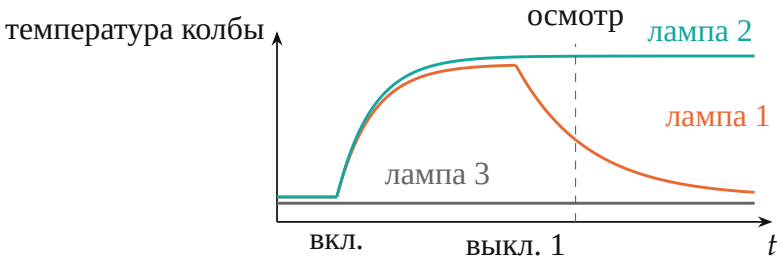
тёплая ⇓ выключатель 1

холодная ⇓ выключатель 3

Три состояния ламп при осмотре: горит, не горит но тёплая (волнистые линии — тепло), холодная. Каждое однозначно указывает свой выключатель.

4. Почему нельзя обойтись одним светом. По свету у лампы два состояния (горит / не горит), а ламп три: две из них обязательно окажутся в одинаковом состоянии, и их не различить. Третье состояние даёт тепло.

5. Сколько ждать. Лампа накаливания почти всю энергию тратит на нагрев: колба за минуту-другую сильно нагревается и остывает тоже минуты. Поэтому выключатель 1 держим включённым несколько минут, а после его выключения не медлим.



Качественный график температуры колб (расчёт по экспоненциальному нагреву и остыванию, масштаб условный); «лампа n» — лампа выключателя n. В момент осмотра три лампы различаются по свету и по теплу.

Обратите внимание. Решение опирается на лампы накаливания, которые заметно греются. Светодиодная лампа нагревается слабо, и с ней этот приём ненадёжен — тогда понадобилось бы два захода.

Проверка. Перебором: у трёх выключателей $3! = 6$ возможных соответствий с лампами. Наши три признака (горит, тёплая, холодная) у трёх ламп все разные, поэтому из шести вариантов подходит ровно один — ответ однозначен.

Ответ. Один заход и одно возвращение: включить выключатели 1 и 2, через несколько минут выключить 1; горящая лампа — выключатель 2, тёплая — 1, холодная — 3.