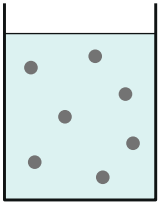
Нефть в загрязнённой воде

Задача 2. [ИОШ 2022/23, отборочный этап, 9 класс, задача 2] При причаливании танкера к речному причалу произошло небольшое столкновение, и часть нефти вылилась в реку. Была проведена очистка акватории реки, во время которой собрали объём $V = 2000$ л загрязнённой жидкости, которая имела массу $m = 1{,}725$ т. Какую массу нефти содержала данная жидкость? Плотность нефти $\rho = 800$ кг/м^3, плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м^3.



$V = 2000$ л
$m = 1{,}725$ т

Поясняющий рисунок: собранная жидкость — вода (бирюза) с каплями нефти (тёмные).

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на среднюю плотность смеси. Собранная жидкость легче чистой воды того же объёма: часть объёма занимает более лёгкая нефть. По «недостаче» массы находим, сколько объёма занято нефтью, а по нему — её массу. Ключевое предположение: объёмы воды и нефти при смешивании складываются (нефть в воде не растворяется).

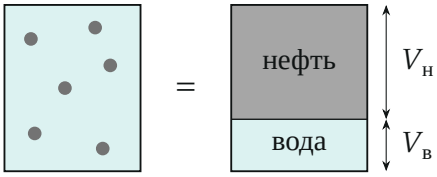
Обозначения. $m_н$, $V_н$ — масса и объём нефти, $m_в$, $V_в$ — то же для воды; $V = 2000$ л $= 2$ м^3, $m = 1725$ кг.

1. Два закона сохранения. Масса смеси — сумма масс компонентов, объём — сумма объёмов:

$$m_в + m_н = m, \qquad V_в + V_н = V.$$

Объём каждого компонента выразим через его массу и плотность, $V = \frac{m}{\rho}$:

$$\frac{m - m_н}{\rho_0} + \frac{m_н}{\rho} = V.$$



Мысленно соберём всю нефть в одну часть объёма, воду — в другую. Высоты частей — по найденным объёмам $V_в = 0{,}625\ м^3$ и $V_н = 1{,}375\ м^3$.

2. Решаем. Умножим уравнение на $\rho_0\rho$ и соберём $m_н$:

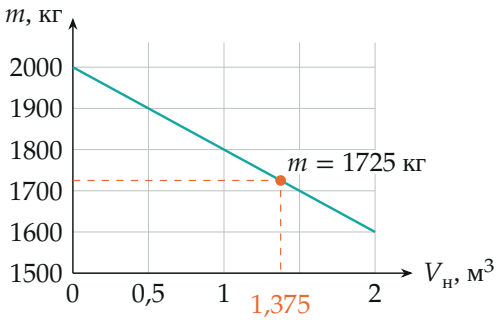
$$\rho(m - m_н) + \rho_0 m_н = \rho_0\rho V \quad \Rightarrow \quad m_н(\rho_0 - \rho) = \rho(\rho_0 V - m),$$

$$m_н = \frac{(\rho_0 V - m)\,\rho}{\rho_0 - \rho} = \frac{(1000 \cdot 2 - 1725) \cdot 800}{1000 - 800}\ \text{кг} = 1100\ \text{кг}.$$

3. Второй способ — через недостачу массы. Если бы весь объём занимала вода, масса была бы $\rho_0 V = 2000$ кг. Реальная масса меньше на $\Delta m = \rho_0 V - m = 275$ кг. Каждый кубометр нефти вместо воды уменьшает массу на $\rho_0 - \rho = 200$ кг. Значит, нефти

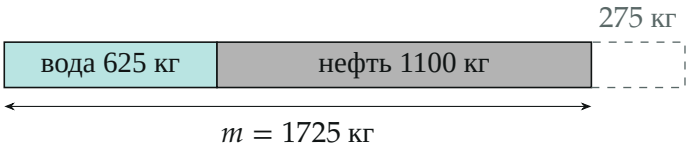
$$V_н = \frac{\Delta m}{\rho_0 - \rho} = \frac{275}{200}\ \text{м}^3 = 1{,}375\ \text{м}^3, \qquad m_н = \rho V_н = 800 \cdot 1{,}375 = 1100\ \text{кг}.$$

Это та же формула, прочитанная по шагам.



Масса 2 $м^3$ смеси в зависимости от объёма нефти в ней: от 2000 кг (одна вода) до 1600 кг (одна нефть), прямая. Измеренной массе 1725 кг соответствует $V_н = 1{,}375\ м^3$.

4. Состав жидкости. Нефти 1100 кг (1,375 м^3), воды 1725 − 1100 = 625 кг (0,625 м^3): загрязнённой жидкости больше половины — нефть.



Масса жидкости по составу; штрих — «недостача» 275 кг по сравнению с 2 м^3 чистой воды.

Обратите внимание. Литры надо перевести в кубометры: 2000 л = 2 м^3, тонны — в килограммы. И складываются объёмы, а не плотности: среднюю плотность нельзя считать как среднее арифметическое ρ и ρ_0.

Проверка. Размерность: $\frac{\text{кг}\cdot\text{кг}/\text{м}^3}{\text{кг}/\text{м}^3} = \text{кг}$. Подстановка: $V_\text{в} + V_\text{н} = 0{,}625 + 1{,}375 = 2$ м^3, $625 + 1100 = 1725$ кг — оба закона выполнены. Пределы: при $m = \rho_0 V$ (одна вода) $m_\text{н} = 0$; при $m = \rho V$ (одна нефть) $m_\text{н} = \rho V = m$.

Ответ. $m_\text{н} = \dfrac{(\rho_0 V - m)\,\rho}{\rho_0 - \rho} = 1100$ кг.