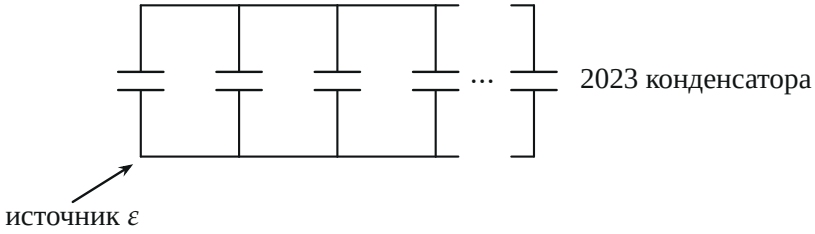
2023 конденсатора: переключение на последовательное

Задача 5. [ИОШ 2022/23, 11 класс, задача 5] 2023 конденсатора соединили параллельно и подключили к источнику электрического напряжения. Затем источник отключили. Придумайте простейшее механическое устройство, которое меняло бы соединение всех конденсаторов на последовательное при одном переключении. Опишите конструкцию этого устройства и принцип его работы. Как изменится при таком переключении напряжение на батарее конденсаторов и её энергия?



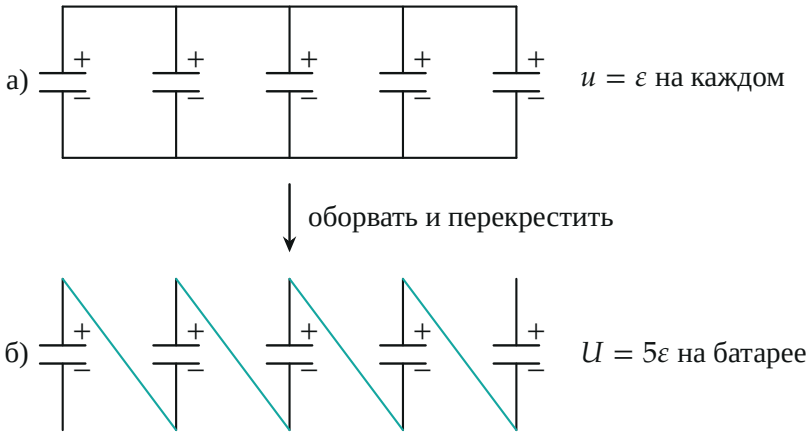
Поясняющий рисунок: параллельное соединение конденсаторов (нарисованы несколько, остальные — точками).

▲ **Решение. Что происходит.** После отключения источника каждый конденсатор — изолированная пара пластин, и заряд на них не может ни прийти, ни уйти. Поэтому при любой перестановке проводов заряды пластин сохраняются: у каждого конденсатора $q = c\varepsilon$ и напряжение $u = q/c = \varepsilon$. Если после этого соединить конденсаторы последовательно, то напряжения сложатся. Главная идея задачи — конструкторская: нужно одним движением разорвать все 2022 соединения между соседними конденсаторами и тут же собрать их «крест-накрест».

Обозначения. c — ёмкость одного конденсатора, ε — напряжение источника, $q = c\varepsilon$ — заряд на положительной пластине каждого конденсатора, $N = 2023$.

1. Как должно измениться соединение. Параллельно: все верхние пластины соединены между собой, все нижние — между собой. Последовательно: верхняя пластина каждого конденсатора соединена с ниж-

ней пластиной следующего. Чтобы напряжения складывались, соединять нужно именно разноимённые пластины (плюс одного — с минусом следующего), иначе напряжения вычитались бы. Перейти от первой схемы ко второй — значит убрать провода «верх–верх» и «низ–низ» между соседями и вместо них поставить провод «верх i – низ $i + 1$».



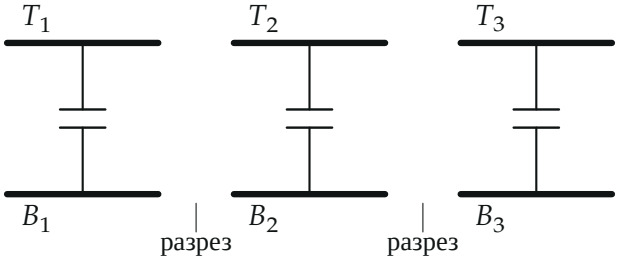
Идея: те же конденсаторы с теми же зарядами. Вместо 2023 *нарисованы пять: а) параллельно, б) последовательно (бирюзовые провода — новые).*

Обратите внимание: заряды не меняются, потому что переключаемые провода присоединены к изолированным пластинам, и пока эти провода разомкнуты, никакие заряды никуда не уходят. Это и значит, что напряжение на каждом конденсаторе остаётся прежним — ε.

2. Что нужно от устройства. Переключатель должен двигаться одним движением, а проводов, которые надо переставить, — $2 \cdot 2022$ (по два на каждый стык). Нужны такие провода, у которых одно и то же движение рвёт одни контакты и замыкает другие. Идея: «шины» с разрезами и *скользящие контакты*: под шинами лежит пластинка с металлическими накладками, которая двигается как целое. В одном положении накладки замыкают разрезы в шинах (конденсаторы параллельно), в другом — соединяют нужные концы шин «крест-накрест» (последовательно).

3. Шины и конденсаторы. Возьмём две прямые толстые параллельные проволоки (шины), прикрепим их к диэлектрической пластине и

сделаем в них напротив друг друга по 2022 одинаковых разреза. Получится по 2023 кусков в каждой шине: верхние $T_1, \dots, T_N$ и нижние $B_1, \dots, B_N$. К каждой паре кусков T_i и B_i, лежащих друг против друга, припаяем конденсатор. Крайние куски B_1 и T_N — выводы для источника.

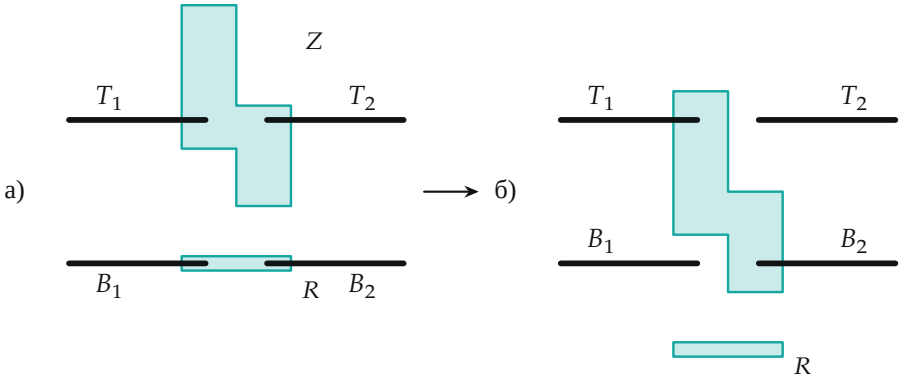


Шины с разрезами и конденсаторы между куском верхней и куском нижней шин (показаны три из 2023).

4. Накладки на скользящей пластине. Под шинами, между ними и подставкой, поместим тонкую диэлектрическую пластинку с наклеенными на неё металлическими накладками двух видов и будем сдвигать её *поперёк шин*, к одной из шин (вниз на рисунке). На каждый разрез приходится две накладки:

- накладка-«прямоугольник» R шириной больше разреза, расположенная на уровне нижней шины;
- накладка-«зигзаг» Z из двух столбиков: левый, верхний, длинный — на уровне верхней шины, правый, нижний, короче; столбики склеены боком, и вместе они похожи на букву S. Левый столбик лежит левее середины разреза, правый — правее.

Все накладки электрически соединены только внутри себя, друг с другом не соприкасаются.

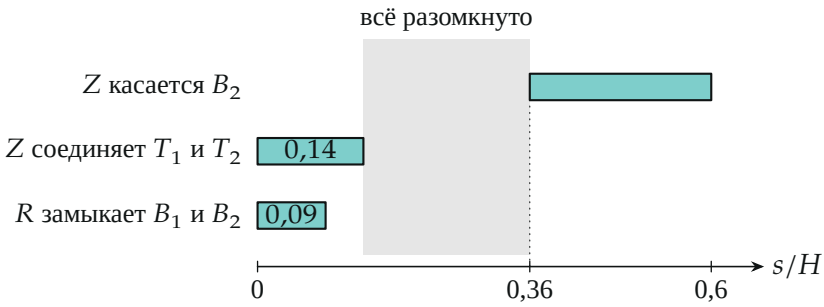


Один разрез в двух положениях пластинки. а) Параллельно: Z замыкает разрез верхней шины, R — нижней. б) Пластинка сдвинута вниз на $0{,}6H$ (H — расстояние между шинами): Z соединяет конец T_1 с началом B_2, а R ушла вниз и ничего не касается.

В положении (а) левый столбик Z упирается в правый конец T_1, правый — в левый конец T_2, столбики соединены, значит, T_1 и T_2 замкнуты; накладка R замыкает B_1 с B_2. Все конденсаторы — параллельно. Сдвинем пластинку вниз (по рисунку) на $0{,}6H$. Левый столбик Z по-прежнему касается T_1, но теперь его нижний конец гораздо выше нижней шины. Правый столбик Z ушёл вниз: его верх ниже верхней шины, а его низ — на уровне нижней, и он касается начала B_2. Значит, T_1 и B_2 соединены. R ушла под нижнюю шину и не замыкает ничего. Так же устроен каждый из 2022 разрезов: пластинка сдвинута целиком, каждая накладка выполняет свою роль одновременно. Конденсаторы соединены последовательно: B_1 → конденсатор 1 → T_1 → B_2 → конденсатор 2 → … → T_N.

5. Порядок размыкания. Размеры накладок подобраны так, чтобы при сдвиге сначала всё размыкалось, и только потом замыкалось по-новому (иначе на миг получилось бы короткое замыкание конденсатора). Пусть высота прямоугольника R равна $0{,}1H$, половина толщины шины — $0{,}04H$, правый столбик Z занимает по высоте от $0{,}4H$ до $1{,}1H$ от нижней шины. Левый столбик Z занимает по высоте от $0{,}8H$ до $1{,}8H$, по ширине столбики вместе перекрывают разрез с запасом: левый заходит на конец T_1 (и на конец B_1 не попадает по высоте), правый — на

начало T_2 и B_2. Все высоты отсчитываем от нижней шины, сдвиг s — вниз. При сдвиге на s контакты ведут себя так.



Какие контакты замкнуты при сдвиге s (в долях расстояния H между шинами). Разрывы — при $s > 0{,}14H$ все разомкнуты, новые замыкания — только при $s \geq 0{,}36H$.

Прямоугольник R перестаёт касаться шины, когда $s > 0{,}05H + 0{,}04H = 0{,}09H$. Верхний край правого столбика Z (на высоте $1{,}1H - s$) уходит ниже верхней шины, когда $1{,}1H - s < H - 0{,}04H$, то есть при $s > 0{,}14H$. Нижний край правого столбика (на высоте $0{,}4H - s$) дотягивается до нижней шины при $0{,}4H - s \leq 0{,}04H$, то есть $s \geq 0{,}36H$. Значит, между $0{,}14H$ и $0{,}36H$ все 2022 разреза разомкнуты, и конденсаторы изолированы — заряды сохраняются, а новые контакты возникают только после этого. Окончательное положение — $s = 0{,}6H$. Левый столбик при этом всё время на месте: его края $1{,}8H - s$ и $0{,}8H - s$ охватывают верхнюю шину при $s \leq 0{,}84H$, а нижней шины он достал бы только при $s \geq 0{,}76H$ — оба предела дальше $0{,}6H$, так что ход пластинки до $0{,}6H$ безопасен.

6. Напряжение. У каждого конденсатора напряжение осталось $u = q/c = \varepsilon$. В цепочке из N последовательных конденсаторов напряжения складываются:

$$U = N\,u = 2023\,\varepsilon.$$

Напряжение на батарее *увеличилось в* 2023 *раза* относительно напряжения источника. Знак: плюс верхней пластины каждого конденсатора соединён с минусом следующего, поэтому напряжения складываются, а не вычитаются.

7. Энергия. Сначала параллельно: ёмкость батареи $C_{\text{пар}} = 2023\,c$, напряжение ε, энергия

$$W_{\text{нач}} = \frac{C_{\text{пар}}\varepsilon^2}{2} = \frac{2023\,c\,\varepsilon^2}{2}.$$

Потом последовательно: $C_{\text{посл}} = c/2023$, заряд батареи — заряд одного конденсатора $q = c\varepsilon$ (источник отключён):

$$W_{\text{кон}} = \frac{q^2}{2C_{\text{посл}}} = \frac{(c\varepsilon)^2 \cdot 2023}{2c} = \frac{2023\,c\,\varepsilon^2}{2} = W_{\text{нач}}.$$

Энергия батареи *не изменилась*.

Второй способ — сразу: заряды и напряжения каждого конденсатора не изменились, значит, не изменилась энергия каждого, $c\varepsilon^2/2$, а энергия батареи — их сумма $2023 \cdot c\varepsilon^2/2$. Обратите внимание: это верно, пока можно пренебречь ёмкостью проводов и шин на корпус: она много меньше c, и заряд, который при смыкании контактов успевает перетечь, ничтожен.

Проверка. Размерность: $U = N\varepsilon$ — вольты, W — джоули: $W_{\text{кон}} = \dfrac{C_{\text{посл}}U^2}{2} = \dfrac{c}{2N}N^2\varepsilon^2 = \dfrac{Nc\varepsilon^2}{2}$ — то же, что в начале. Для $N = 2$: параллельно — $U = \varepsilon$, $W = c\varepsilon^2$, последовательно — $U = 2\varepsilon$, $C = c/2$, $W = \frac{1}{2} \cdot \frac{c}{2} \cdot 4\varepsilon^2 = c\varepsilon^2$.

Физический смысл. Такое переключение превращает «много низких напряжений» в одно высокое: при $\varepsilon = 100$ В получается около 200 кВ, а энергия остаётся прежней. Это идея, по которой Гастон Планте в XIX веке получал высокие напряжения от аккумуляторов.

Ответ. Устройство — коммутатор: две шины с 2022 разрезами, конденсаторы между кусками шин, под шинами сдвигаемая диэлектрическая пластинка со скользящими контактами (прямоугольными и зигзагообразными). Напряжение на батарее увеличится в 2023 раза ($U = 2023\,\varepsilon$), энергия батареи не изменится ($W = 2023\,c\varepsilon^2/2$).