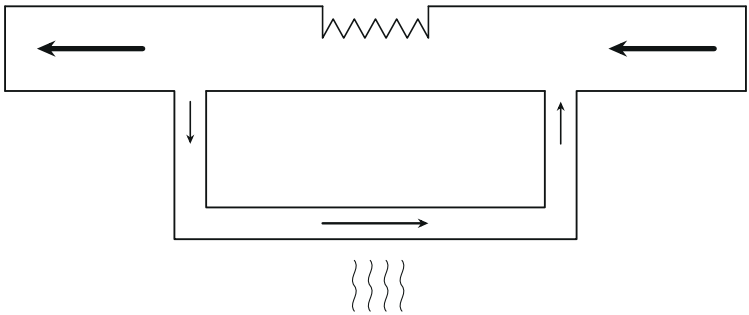
Тепловая станция

Задача 2. [ИОШ 2022/23, 9 класс, задача 2] Тепловая станция нагревает воду для обеспечения небольшого микрорайона горячей водой. Для этого на станцию с помощью насосов подаётся вода, которая нагревается мощными нагревателями. Для обеспечения теплом самой станции часть потока нагретой воды проходит через помещения станции, охлаждается до первоначальной температуры и возвращается в поток воды, поступающий на станцию (см. рисунок).



Известно, что если для обеспечения теплом самой станции используется десятая часть потока воды, то выходящая со станции вода нагревается на величину ΔT. На какую величину ΔT_1 нагреется вода, выходящая со станции, если для обеспечения её теплом будет использоваться восьмая часть потока воды, нагреваемой нагревателем? Ответ обосновать.

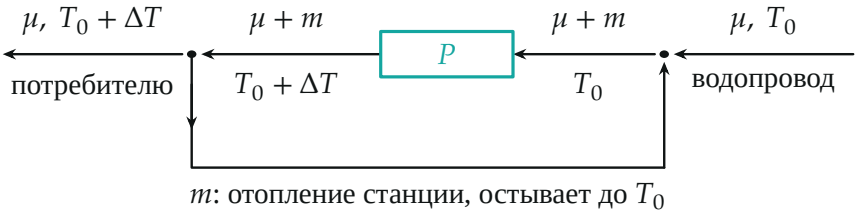
▲ **Решение.** **Что происходит.** Это задача на тепловой баланс в установившемся режиме: температуры в каждой точке не меняются, вода нигде не копится, мощность нагревателя постоянна. Хитрость схемы — петля отопления: вода, прошедшая через помещения станции, остыла до исходной температуры и снова идёт через нагреватель. Поэтому через нагреватель течёт больше воды, чем уходит в микрорайон, и каждая её порция нагревается меньше. Чем больше доля петли, тем меньше нагрев.

Обозначения. T_0 — температура воды из водопровода; μ — масса воды, поступающей на станцию (и уходящей с неё) за единицу времени; m — масса воды, проходящей за единицу времени через отопление станции; P — мощность нагревателя; c — удельная теплоёмкость воды; k — доля потока через нагреватель, уходящая в отопление станции ($k = 1/10$, затем $k = 1/8$).

1. Расходы в схеме. Вода не копится и не теряется, поэтому со станции уходит столько же воды, сколько приходит: μ за единицу времени. Перед нагревателем к потоку из водопровода добавляется вернувшаяся из отопления вода, значит, через нагреватель течёт $\mu + m$. После нагревателя этот поток делится: m — в отопление, μ — потребителю. По условию в отопление идёт доля k потока через нагреватель:

$$m = k(\mu + m) \quad \Rightarrow \quad \mu + m = \frac{\mu}{1-k}.$$

При $k = 1/10$ получаем $\mu + m = \frac{10}{9}\mu$, при $k = 1/8$ получаем $\mu + m = \frac{8}{7}\mu$.



Расходы воды за единицу времени и температуры в схеме станции: через нагреватель идёт больше воды, чем уходит потребителю.

2. Температура перед нагревателем. Вода из водопровода имеет температуру T_0, вода из отопления остыла тоже до T_0, поэтому их смесь перед нагревателем имеет температуру T_0. После нагревателя вся вода имеет температуру $T_0 + \Delta T$ — такая же уходит и потребителю, и в отопление.

3. Уравнение теплового баланса нагревателя. За единицу времени нагреватель отдаёт воде P, и эта теплота идёт на нагрев всей проходящей

через него воды от T_0 до $T_0 + \Delta T$:

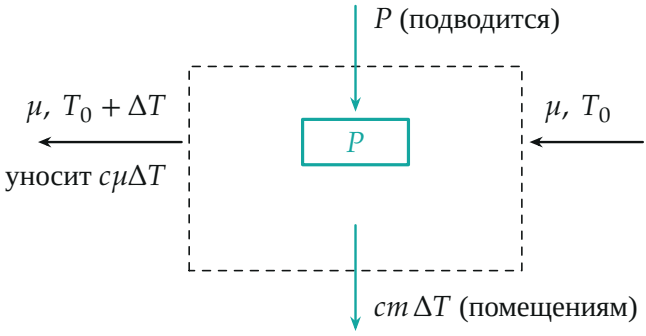
$$P = c(\mu + m)\Delta T = \frac{c\mu\,\Delta T}{1-k} \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{(1-k)P}{c\mu}.$$

Мощность нагревателя и расход воды на станцию в обоих случаях одни и те же — меняется только доля k. Нагрев воды линейно убывает с ростом k.

4. Второй способ — баланс всей станции. Обведём всю станцию вместе с отоплением. Внутрь приходит P, наружу уходит теплота с горячей водой потребителю $c\mu\Delta T$ и теплота, отданная помещениям станции, $cm\Delta T$ (вода в петле остывает на ΔT):

$$P = c\mu\Delta T + cm\Delta T = c(\mu + m)\Delta T,$$

то же уравнение.

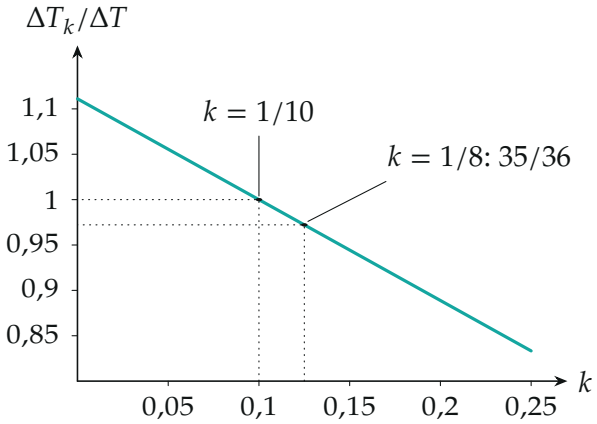


Баланс энергии для всей станции (пунктир): подведённая мощность P уходит с горячей водой потребителю и в помещения станции.

5. Отношение нагревов. Запишем результат п. 3 для двух случаев и поделим:

$$\frac{\Delta T_1}{\Delta T} = \frac{1-\frac{1}{8}}{1-\frac{1}{10}} = \frac{7/8}{9/10} = \frac{35}{36} \approx 0{,}97.$$

Нагрев уменьшился на $1/36$ (меньше чем на 3 %): в отопление станции уходит больше нагретой воды, и та же мощность делится на больший поток через нагреватель.



Нагрев воды в зависимости от доли k потока на отопление станции (в единицах ΔT): прямая $(1-k)/0{,}9$; точки — два случая задачи.

Обратите внимание. Доля k в условии отсчитывается от потока через нагреватель, а не от потока из водопровода: «десятая часть потока» — это $m = (\mu + m)/10$, то есть $m = \mu/9$, а не $\mu/10$.

Ответ. $\Delta T_1 = \dfrac{1-1/8}{1-1/10}\,\Delta T = \dfrac{35}{36}\,\Delta T \approx 0{,}97\,\Delta T$.

Проверка. Размерность: отношение температур безразмерно. Предел: при $k \to 0$ (станция не греется) вся мощность идёт потребителю, $\Delta T = P/(c\mu)$ — максимальный нагрев; при $k \to 1$ вся вода крутится в петле, потребителю нагретой воды не достаётся, $\Delta T \to 0$. Знак: k выросло с $1/10$ до $1/8$ — нагрев уменьшился, $\Delta T_1 < \Delta T$.

Физический смысл. Чем больше горячей воды станция тратит на себя, тем меньше нагрев воды, уходящей потребителю, при той же мощности нагревателя.

Ответ. $\Delta T_1 = \dfrac{35}{36}\,\Delta T \approx 0{,}97\,\Delta T$.