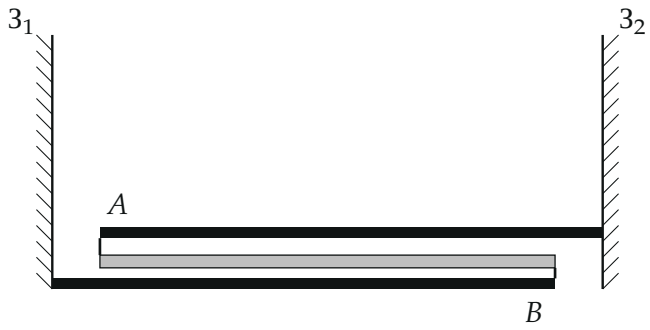
Температурный компенсатор

Задача 3. [ИОШ 2022/23, 9 класс, задача 3] Лазеры для научно-инженерных исследований нуждаются в очень точной установке расстояния между зеркалами оптического резонатора, которое не должно меняться при изменении температуры. Предлагается следующая конструкция температурного компенсатора расстояния между зеркалами. Зеркала ($З_1$ и $З_2$ на рисунке) крепятся к концам пластин из иридия длиной $l = 10$ см. Между этими пластинами вставляется пластина из никеля AB (см. рисунок), концы которой соединены с правым концом нижней пластины и с левым концом верхней. По чертежу объясните, как работает компенсатор расстояний. При какой длине пластины из никеля расстояние между зеркалами не будет меняться при тепловом расширении? Коэффициенты линейного теплового расширения иридия — $\alpha_1 = 6{,}5 \cdot 10^{-6}$ 1/град, никеля — $\alpha_2 = 13{,}4 \cdot 10^{-6}$ 1/град. Указание. При изменении температуры размеры твёрдых тел изменяются по закону: $\Delta L = \alpha L \, \Delta t$, где ΔL — изменение длины тела, α — коэффициент линейного теплового расширения, L — первоначальная длина, Δt — изменение температуры.

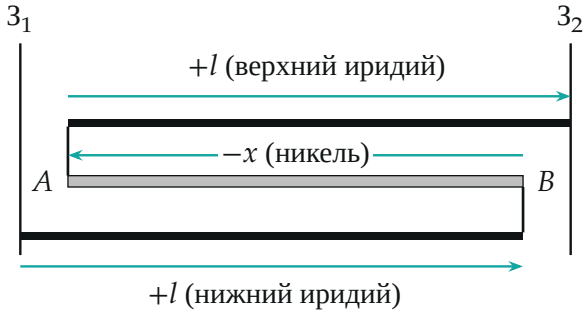


▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на тепловое расширение. Расстояние между зеркалами складывается из длин пластин, причём никелевая пластина входит в эту сумму со знаком минус: она соединена «назад». При нагреве иридиевые пластины удлиняются и раздвигают зеркала, а удлинение никелевой пластины их сдвигает. Подберём её длину так, чтобы эти удлинения компенсировали друг друга.

Обозначения. l — длина каждой иридиевой пластины; x — длина никелевой пластины AB; D — расстояние между зеркалами; Δt — изменение температуры. Толщиной соединений пренебрегаем.

1. Расстояние между зеркалами. Пройдём от $З_1$ к $З_2$ по деталям (рис. 2): по нижней пластине вправо на l до точки B, по никелю влево на x до точки A, по верхней пластине вправо на l до $З_2$:

$$D = l - x + l = 2l - x.$$

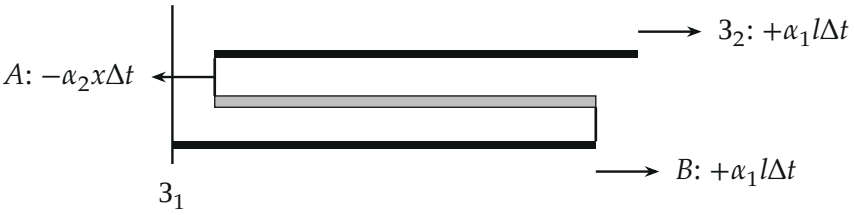


Путь от $З_1$ к $З_2$ по деталям (для наглядности пластины раздвинуты по высоте): $D = l - x + l$.

2. Как работает компенсатор. При нагреве на Δt по закону теплового расширения из указания каждая иридиевая пластина удлиняется на $\alpha_1 l \Delta t$, никелевая — на $\alpha_2 x \Delta t$. Нижний иридий сдвигает точку B вправо, никель сдвигает точку A относительно B влево, верхний иридий сдвигает $З_2$ относительно A вправо (рис. 3). Изменение расстояния

$$\Delta D = 2\alpha_1 l\,\Delta t - \alpha_2 x\,\Delta t.$$

Иридий раздвигает зеркала, никель сближает. У никеля коэффициент расширения больше, поэтому пластины из него хватает одной, чтобы скомпенсировать две иридиевые.

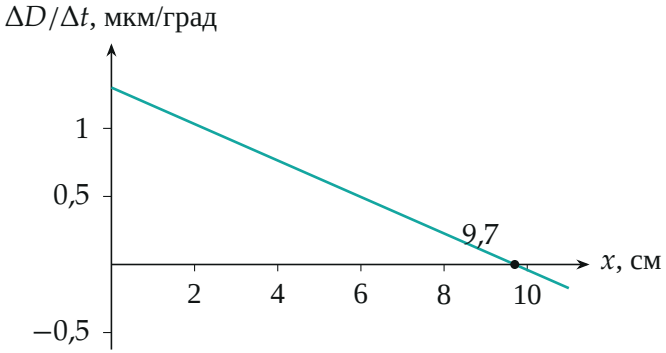


Смещения при нагреве (стрелки — вклад каждой пластины; масштаб удлинений сильно увеличен). Сдвиг 3_2 относительно 3_1 — сумма трёх вкладов.

3. Условие компенсации. $\Delta D = 0$ при любом Δt:

$$2\alpha_1 l = \alpha_2 x \quad\Longrightarrow\quad x = \frac{2\alpha_1 l}{\alpha_2} = \frac{2 \cdot 6{,}5 \cdot 10\text{ см}}{13{,}4} \approx 9{,}7\text{ см}.$$

Длина никеля меньше l, и он помещается между концами иридиевых пластин, как на рисунке. Расстояние между зеркалами $D = 2l - x \approx 10{,}3$ см.



Скорость изменения расстояния между зеркалами при нагреве в зависимости от длины никеля: $\Delta D/\Delta t = 2\alpha_1 l - \alpha_2 x$. Ноль — при $x \approx 9{,}7$ см.

Обратите внимание. Никель удлиняет не расстояние, а наоборот — уменьшает его: правый конец никеля прикреплён к нижней пластине, и при удлинении никеля его левый конец A с верхней пластиной и зеркалом 3_2 уходит влево. Поэтому длина никеля входит с минусом.

Проверка. Размерность: $\alpha_1 l/\alpha_2$ — длина. Предел: при $\alpha_2 = 2\alpha_1$ получаем $x = l$ — никель вдвое расширяется, ему нужна та же длина,

что у одной иридиевой пластины. Численно: удлинения при нагреве на 10 град: иридий $2 \cdot 6{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}1 \cdot 10 = 13$ мкм, никель $13{,}4 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}097 \cdot 10 \approx 13$ мкм — совпадают. Смысл: два материала с разным расширением, соединённые «навстречу», дают конструкцию, длина которой от температуры не зависит.

Ответ. $x = \dfrac{2\alpha_1 l}{\alpha_2} \approx 9{,}7$ см.