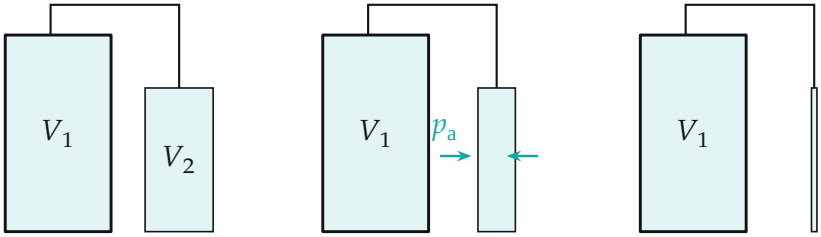
Жёсткий сосуд и бутылка

Задача 5. [ИОШ 2023/24, отборочный этап, 10 класс, задача 5] Имеется два сосуда, герметично соединённых жёсткой трубкой: один объёмом $V_1 = 5$ л с жёсткими стенками, второй объёмом $V_2 = 1$ л — пластиковая бутылка. В сосуде и бутылке находится горячий воздух. Воздух медленно охлаждают, измеряя его давление. До температуры воздуха, равной $t_0 = 50\,^\circ\text{C}$, давление в сосудах убывало, а начиная с этой температуры перестало изменяться. Однако, начиная с некоторой температуры, давление снова стало убывать. Объяснить этот опыт и найти температуру, начиная с которой давление снова стало убывать. Количество воздуха в сосуде и его химический состав не менялись в течение всего процесса.



▲ **Решение.** **Что происходит.** Это задача на смену режима в газовом процессе. Стенки сосуда жёсткие, а бутылка — мягкая, но нерастяжимая: раздуться сверх V_2 она не может, а смяться может, если снаружи давят сильнее, чем изнутри. Поэтому у воздуха три этапа: охлаждение при постоянном объёме (изохора), охлаждение при постоянном давлении, равном атмосферному, пока бутылка сминается (изобара), и снова изохора, когда бутылка смята полностью. Искомая температура — конец изобары.

Обозначения. p_a — атмосферное давление, $T_0 = 273 + 50 = 323$ К — начало изобары, T_1 — её конец (искомая), $V_1 = 5$ л, $V_2 = 1$ л. Воздух считаем идеальным газом, его количество постоянно.



$p > p_a$ этап 1, $T > T_0$ | $p = p_a$ этап 2, $T_1 < T < T_0$ | $p < p_a$ этап 3, $T < T_1$

Три этапа охлаждения (схема): бутылка полная и упирается стенками в свою форму; бутылка сминается атмосферой; бутылка смята, объём воздуха — только V_1.

1. Этап 1: изохора. Вначале воздух горячий, и его давление больше атмосферного. Бутылка растянуться не может, поэтому объём воздуха постоянен, $V = V_1 + V_2$. По уравнению Клапейрона–Менделеева при $V = \text{const}$ давление пропорционально температуре и при охлаждении падает. Именно это и наблюдали до t_0.

2. Этап 2: изобара. При $T = T_0$ давление внутри сравнялось с атмосферным: $p = p_a$. При дальнейшем охлаждении давление внутри стало бы меньше атмосферного, атмосфера давит на мягкие стенки бутылки и сминает её. Бутылка сминается ровно настолько, чтобы давления внутри и снаружи сравнялись: давление остаётся p_a, а уменьшается объём. Отсюда и вывод из опыта: давление «перестало меняться» при t_0 потому, что в этот момент оно стало атмосферным.

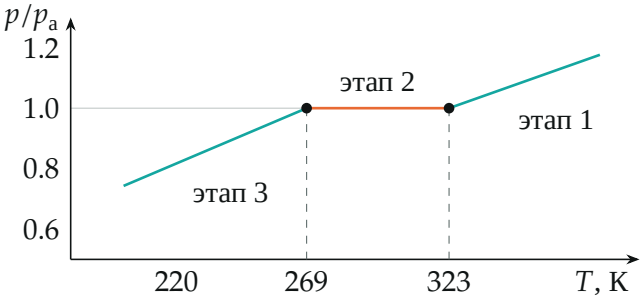
3. Этап 3: снова изохора. Когда бутылка смята полностью, объём воздуха меньше стать не может, он равен объёму жёсткого сосуда V_1 (объёмом смятого пластика и трубки пренебрегаем). Дальше давление снова падает пропорционально температуре. Значит, искомая T_1 — температура, при которой бутылка смялась целиком.

4. Закон Гей-Люссака для изобары. На этапе 2 давление и количество воздуха постоянны, поэтому $\dfrac{V}{T} = \text{const}$ от начала изобары (бутыл-

ка ещё полная) до конца (бутылка смята):

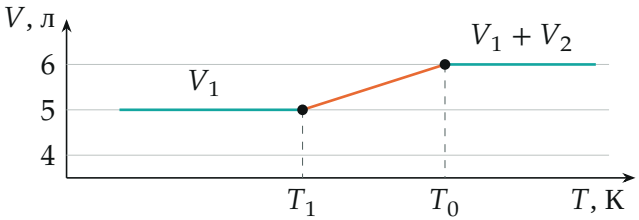
$$\frac{V_1 + V_2}{T_0} = \frac{V_1}{T_1} \quad \Rightarrow \quad T_1 = \frac{V_1}{V_1 + V_2} T_0 = \frac{5}{6} \cdot 323\ \text{K} \approx 269\ \text{K},$$

то есть $t_1 \approx -4\,^\circ\text{C}$.



Давление воздуха при охлаждении (точки рассчитаны, начальная температура для примера 380 K): изохора $V_1 + V_2$, полка $p = p_a$ пока сминается бутылка, изохора V_1 с более крутым наклоном.

5. Второй взгляд — через объём. На изобаре объём воздуха $V = \frac{V_1 + V_2}{T_0} T$ убывает линейно с температурой и доходит до V_1 при T_1. На рисунке ниже это наклонный участок между двумя горизонтальными.



Объём воздуха: постоянен на изохорах, на изобаре линейно убывает (прямая $V \propto T$ идёт в начало координат).

Обратите внимание. Начальное давление не дано, и оно не нужно: момент «давление перестало меняться» сам говорит, что давление стало

атмосферным. Вторая ловушка — температуры в законе Гей-Люссака абсолютные: подстановка градусов Цельсия даёт бессмыслицу.

Проверка. Размерность: $\frac{\text{л}}{\text{л}} \cdot \text{К} = \text{К}$. Знак: $T_1 < T_0$, как и должно быть при охлаждении. Предел: при $V_2 \to 0$ (нет бутылки) $T_1 \to T_0$ — полки нет, давление падает без остановки. Объём при T_1: $6\ \text{л} \cdot \frac{269{,}17}{323} = 5{,}00\ \text{л}$ — совпало с V_1.

Ответ. До t_0 — изохорное охлаждение при давлении выше атмосферного; при t_0 давление стало атмосферным, и бутылка начала сминаться при $p = p_\text{а}$; когда она смялась полностью, давление снова стало падать. Это происходит при $T_1 = \dfrac{V_1}{V_1 + V_2} T_0 \approx 269\ \text{К}$, $t_1 \approx -4\,^\circ\text{C}$.