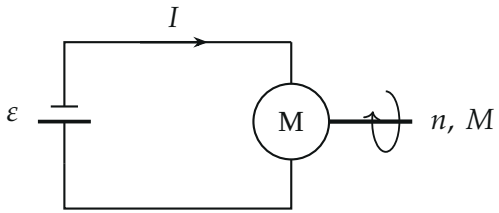
КПД электродвигателя

Задача 2. [ИОШ 2023/24, отборочный этап, 11 класс, задача 2] В технической характеристике электродвигателя RS-555PH-2670 12V / RUICHI для детских авто- и судомоделей написано, что двигатель питается от батареи с ЭДС $\varepsilon = 12$ В, создаёт крутящий момент (момент силы) $M = 170{,}5$ гс·см, совершая $n = 3800$ оборотов в минуту и потребляя ток $I = 0{,}83$ А. Найти механическую мощность и КПД двигателя.

Указание. 1 гс — это сила, с которой масса 1 грамм притягивается к Земле. Считать, что $g = 9{,}81$ м/с^2.



Поясняющий рисунок: батарея с ЭДС ε гонит ток I через двигатель, вал вращается с частотой n и развивает момент M.

▲ **Решение. Что происходит.** Батарея за секунду совершает работу εI — это затраченная мощность. Двигатель превращает её часть в механическую работу на валу, остальное уходит в тепло (обмотки, трение щёток и подшипников). КПД — отношение полезной мощности к затраченной. Главная идея — выразить механическую мощность вала через момент силы и угловую скорость; остальное — перевод единиц.

Обозначения. $P_{\text{мех}}$ — механическая мощность на валу; $P_{\text{зат}}$ — мощность, которую отдаёт батарея; ω — угловая скорость вала; η — КПД.

1. Затраченная мощность. Работа батареи при переносе заряда q равна εq, за единицу времени проходит заряд I, поэтому

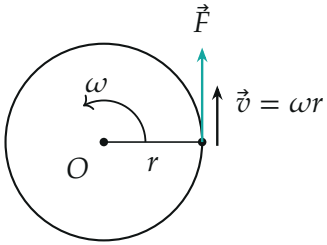
$$P_{\text{зат}} = \varepsilon I = 12 \cdot 0{,}83 = 9{,}96 \text{ Вт}.$$

2. Мощность через момент силы. Пусть вал вращает сила F, приложенная на расстоянии r от оси по касательной к окружности. Момент

этой силы $M = Fr$. Точка приложения движется по окружности со скоростью $v = \omega r$, направленной вдоль силы, поэтому мощность силы

$$P_{\text{мех}} = Fv = F\,\omega r = M\omega.$$

Результат не зависит от r: важен только момент, поэтому и указан именно он.



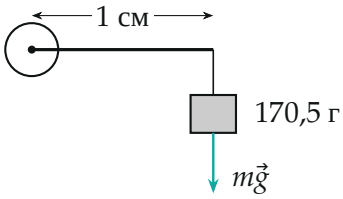
Сила $\vec{F}$ приложена по касательной на радиусе r; точка приложения движется со скоростью $v = \omega r$ вдоль силы, поэтому мощность $Fv = M\omega$.

3. Угловая скорость. За один оборот вал поворачивается на 2π, оборотов в секунду $n/60$, поэтому

$$\omega = 2\pi\,\frac{n}{60} = 2\pi \cdot \frac{3800}{60}\ \text{с}^{-1} \approx 398\ \text{рад/с}.$$

4. Перевод момента в СИ. Момент 1 гс·см — это вес груза массой 1 г на плече 1 см. Поэтому

$$M = 170{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{кг} \cdot 9{,}81\ \text{м/с}^2 \cdot 10^{-2}\ \text{м} \approx 1{,}673 \cdot 10^{-2}\ \text{Н} \cdot \text{м}.$$



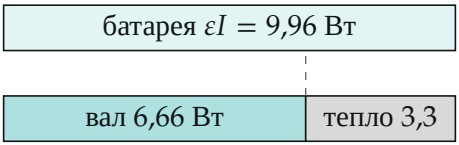
Смысл единицы гс·см: момент M двигателя такой же, как у груза 170,5 г, подвешенного на плече 1 см.

5. Механическая мощность и КПД.

$$P_{\text{мех}} = M\omega = \frac{2\pi n}{60} M \approx 1{,}673 \cdot 10^{-2} \cdot 398 \approx 6{,}66 \text{ Вт},$$

$$\eta = \frac{P_{\text{мех}}}{P_{\text{зат}}} = \frac{2\pi n M}{60\,\varepsilon I} = \frac{6{,}66}{9{,}96} \approx 0{,}67.$$

На тепло уходит $9{,}96 - 6{,}66 \approx 3{,}3$ Вт.



Баланс мощности (длины полос — в масштабе): две трети уходят на вал, треть — в тепло.

Обратите внимание. Частота дана в оборотах в *минуту*, а в формулу $P = M\omega$ входит угловая скорость в радианах в *секунду*: нужен и множитель 2π, и деление на 60. Пропуск любого из них меняет мощность в разы.

Проверка. Размерность: $[M\omega] = \text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-1} = \text{Вт}$; η безразмерен. Знак и порядок: $\eta < 1$, как и должно быть; $0{,}67$ — обычное значение для маленького коллекторного двигателя. Второй способ для мощности: сила 1,673 Н на плече 1 см, точка приложения проходит за секунду $2\pi \cdot 0{,}01 \cdot \frac{3800}{60} \approx 3{,}98$ м, работа $1{,}673 \cdot 3{,}98 \approx 6{,}66$ Дж — то же.

Ответ. $P_{\text{мех}} = \dfrac{2\pi n}{60} M \approx 6{,}66$ Вт; $\eta = \dfrac{2\pi n M}{60\,\varepsilon I} \approx 0{,}67$.