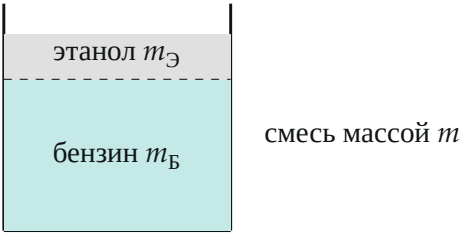
Бензин с биоэтанолом

Задача 2. [ИОШ 2023/24, 10 класс, задача 2] Во многих странах мира с целью экономии ископаемого топлива (нефти) часть бензина в автомобильном топливе заменяют спиртом, изготовленным из растительного сырья (биоэтанолом). Приготовили такую смесь бензина и биоэтанола, что вклад бензина в теплотворную способность смеси втрое больше вклада биоэтанола. Считая, что удельная теплота сгорания бензина $q_Б = 44$ МДж/кг, а биоэтанола $q_Э = 29$ МДж/кг, найти массовые доли бензина и этанола в смеси. Найти также удельную теплоту сгорания смеси.

1. Найдите массовые доли бензина и этанола в смеси.
2. Найдите удельную теплоту сгорания смеси.



Поясняющий рисунок. Смесь массой $m = m_Б + m_Э$; жидкости перемешаны, раздельно они показаны только для наглядности.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на теплоту сгорания смеси. При полном сгорании каждый компонент выделяет теплоту независимо от другого: бензин — $q_Б m_Б$, этанол — $q_Э m_Э$. «Вклад в теплотворную способность» — это и есть эта теплота. Условие «втрое больше» связывает массы, а сумма масс равна массе смеси — двух уравнений хватает на две доли.

Обозначения. m — масса смеси; $m_Б$, $m_Э$ — массы бензина и этанола в ней; $w_Б = m_Б/m$, $w_Э = m_Э/m$ — массовые доли; $Q_Б$, $Q_Э$ — теплоты, выделяемые при сгорании бензина и этанола; q — удельная теплота сгорания смеси.

Пункт 1. Массовые доли.

1. Вклады компонентов. По определению удельной теплоты сгорания

$$Q_Б = q_Б m_Б, \qquad Q_Э = q_Э m_Э.$$

Условие задачи: $Q_Б = 3Q_Э$, то есть

$$q_Б m_Б = 3q_Э m_Э.$$

2. Масса смеси. Закон сохранения массы при смешивании: $m_Б + m_Э = m$. Разделим оба уравнения на m:

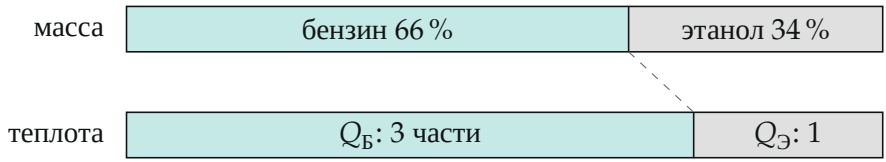
$$w_Б + w_Э = 1, \qquad q_Б w_Б = 3q_Э w_Э.$$

Из второго $w_Э = \dfrac{q_Б}{3q_Э} w_Б$; подставляем в первое:

$$w_Б\left(1 + \frac{q_Б}{3q_Э}\right) = 1 \implies w_Б = \frac{3q_Э}{3q_Э + q_Б}, \qquad w_Э = \frac{q_Б}{3q_Э + q_Б}.$$

Числа: $3q_Э = 87$ МДж/кг, $3q_Э + q_Б = 131$ МДж/кг,

$$w_Б = \frac{87}{131} \approx 0{,}66, \qquad w_Э = \frac{44}{131} \approx 0{,}34.$$



Доли по массе (вверху) и по выделяемой теплоте (внизу). Бензин калорийнее, поэтому по теплоте его доля больше, чем по массе: 3/4 *против* 0,66.

Пункт 2. Удельная теплота сгорания смеси.

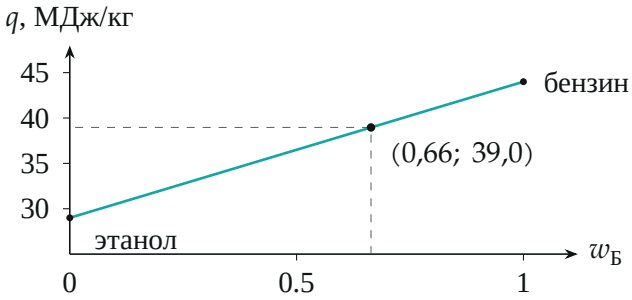
3. Закон сохранения энергии при сгорании. Теплота сгорания смеси — сумма теплот компонентов:

$$qm = q_Б m_Б + q_Э m_Э \implies q = w_Б q_Б + w_Э q_Э.$$

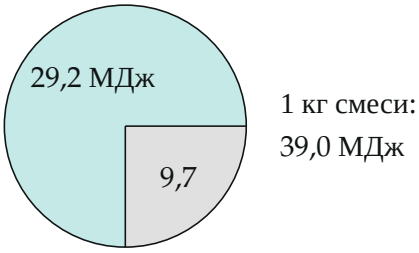
Удельная теплота смеси — среднее значение, взвешенное по массовым долям. Подставим доли из пункта 1:

$$q = \frac{3q_Э q_Б + q_Б q_Э}{3q_Э + q_Б} = \frac{4q_Б q_Э}{3q_Э + q_Б} = \frac{4 \cdot 44 \cdot 29}{131} \approx 39{,}0 \text{ МДж/кг}.$$

4. Второй способ. Возьмём $m = 1$ кг смеси. В нём 0,664 кг бензина дают $0{,}664 \cdot 44 \approx 29{,}2$ МДж, а 0,336 кг этанола — $0{,}336 \cdot 29 \approx 9{,}7$ МДж. Отношение $29{,}2/9{,}7 \approx 3$, как и требует условие, а сумма $29{,}2 + 9{,}7 \approx 39{,}0$ МДж — это и есть q.



Удельная теплота сгорания смеси линейно зависит от доли бензина: $q = q_Э + (q_Б - q_Э)w_Б$. Отмечена смесь из задачи.



Теплота сгорания 1 кг смеси: три четверти даёт бензин, одну четверть — этанол.

Обратите внимание. «Втрое больше» относится к теплоте, а не к массе: $m_Б = 3m_Э$ дало бы $w_Б = 0{,}75$ — неверно. По массе бензина меньше трёх четвертей, потому что каждый его килограмм даёт больше теплоты.

Проверка. Размерность: доли — отношение МДж/кг к МДж/кг, безразмерны; q — (МДж/кг)^2/(МДж/кг) = МДж/кг. Предел: при $q_Б = q_Э$ получаем $w_Б = 3/4$ и $q = q_Б$ — для одинаковых топлив доли по теплоте и по массе совпадают. Значение q лежит между 29 и 44 МДж/кг, ближе к бензину, как и должно у смеси, где бензина больше. Смысл: замена трети массы бензина спиртом снижает теплоту сгорания топлива примерно на 11 %.

Ответ. 1) $w_Б = \dfrac{3q_Э}{3q_Э + q_Б} \approx 0{,}66$, $w_Э = \dfrac{q_Б}{3q_Э + q_Б} \approx 0{,}34$; 2) $q = \dfrac{4q_Б q_Э}{3q_Э + q_Б} \approx 39$ МДж/кг.