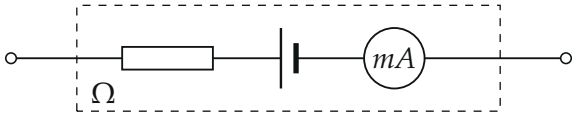
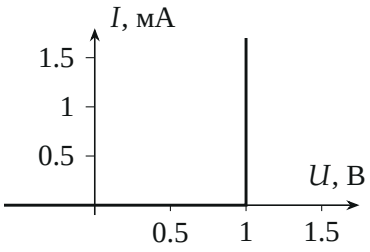
Омметр и диод

Задача 5. [ИОШ 2023/24, 10 класс, задача 5] Омметр (прибор для измерения сопротивлений) состоит из батарейки с ЭДС $\varepsilon_0 = 1{,}5$ В, стрелочного миллиамперметра с током полного отклонения $I_0 = 1$ мА и резистора. Резистор подобран так, чтобы шкалу миллиамперметра можно было проградуировать в значениях измеряемого сопротивления — ток полного отклонения $I_0 = 1$ мА соответствует нулевому значению измеряемого сопротивления (клеммы омметра замкнуты накоротко), нулевое значение тока — бесконечно большому значению измеряемого сопротивления (клеммы омметра разомкнуты). Чему равно внутреннее сопротивление омметра? Какое значение измеряемого сопротивления соответствует половине шкалы миллиамперметра? Какое сопротивление измерит омметр, если его подключить к диоду, вольтамперная характеристика которого показана на рисунке слева? Вольтамперная характеристика элемента цепи — это зависимость электрического тока, текущего через этот элемент, от напряжения на нём.

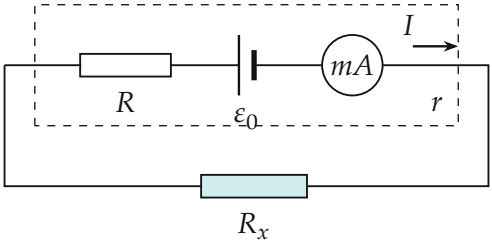
1. Чему равно внутреннее сопротивление омметра?
2. Какое значение измеряемого сопротивления соответствует половине шкалы миллиамперметра?
3. Какое сопротивление измерит омметр, подключённый к диоду? Рассмотрите оба варианта полярности.





▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на закон Ома для полной цепи. Омметр — источник с последовательным сопротивлением и амперметром; по току он «вычисляет» сопротивление, считая подключённый элемент обычным резистором. Внутреннее сопротивление и середину шкалы даёт закон Ома. Диод — нелинейный элемент: в одну сторону он не пропускает ток, в другую открыт и держит на себе напряжение $U_0 = 1$ В. Омметр всё равно переведёт ток в «сопротивление» по своей шкале.

Обозначения. r — внутреннее сопротивление омметра (батарейка, миллиамперметр и резистор вместе); R_x — измеряемое сопротивление; I — ток в цепи; $U_0 = 1$ В — напряжение открытия диода (вертикальный участок характеристики).



Омметр с подключённым сопротивлением R_x. Внутри пунктира всё сопротивление r: резистор R, батарейка и миллиамперметр.

Пункт 1. Внутреннее сопротивление. Закон Ома для полной цепи (рис. 3):

$$I = \frac{\varepsilon_0}{r + R_x}.$$

Клеммы замкнуты накоротко ($R_x = 0$), ток — полный, $I = I_0$:

$$r = \frac{\varepsilon_0}{I_0} = \frac{1{,}5\text{ В}}{10^{-3}\text{ А}} = 1500\text{ Ом}.$$

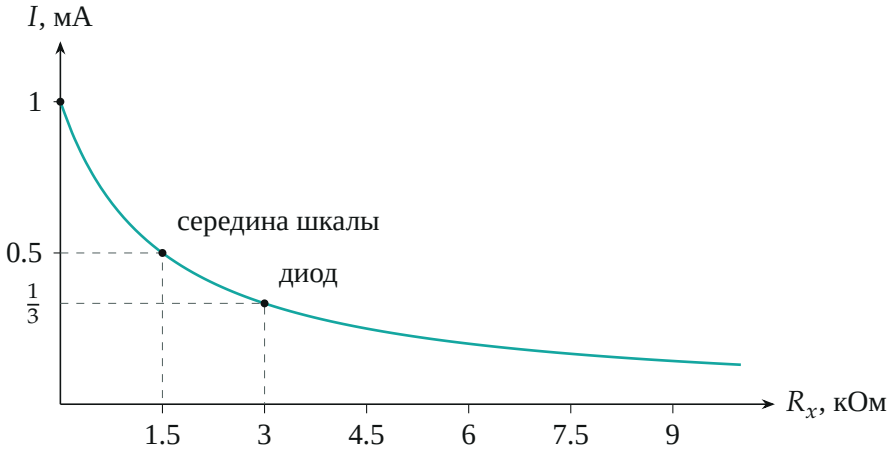
Пункт 2. Середина шкалы. Выразим из закона Ома измеряемое сопротивление по току — это и есть градуировка шкалы:

$$R_x = \frac{\varepsilon_0}{I} - r = r\left(\frac{I_0}{I} - 1\right).$$

При $I = I_0/2$:

$$R_x = r = 1500 \text{ Ом}.$$

Шкала нелинейная: у правого края (полный ток) $R_x = 0$, у левого (нулевой ток) — бесконечность, а середине отвечает внутреннее сопротивление.



Градуировка омметра $I = \varepsilon_0/(r+R_x)$: половине тока соответствует $R_x = r = 1{,}5$ кОм, трети тока — 3 кОм.

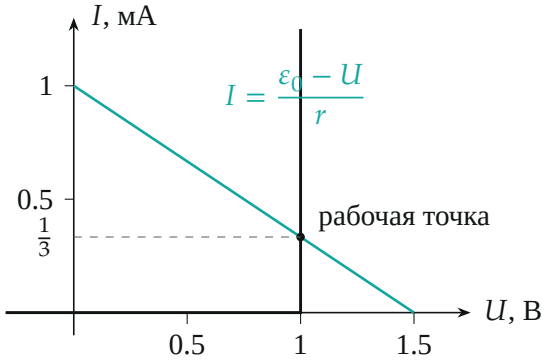
Пункт 3. Диод.

3а. Обратная полярность. Диод включён так, что на нём отрицательное напряжение. По характеристике при $U < 0$ ток равен нулю. Стрелка не отклоняется, а нулевой ток на шкале омметра — бесконечное сопротивление: $R_x = \infty$.

3б. Прямая полярность. Предположим, что диод закрыт и ток равен нулю. Тогда на r напряжения нет, и на диоде вся ЭДС $\varepsilon_0 = 1{,}5$ В. Но по характеристике при $U > U_0 = 1$ В ток не может быть нулевым — противоречие. Значит, диод открыт, ток идёт, и напряжение на диоде равно U_0 (на вертикальном участке ток любой при одном и том же U_0).

Второй закон Кирхгофа для контура «батарейка — r — диод»:

$$\varepsilon_0 = Ir + U_0 \quad \Longrightarrow \quad I = \frac{\varepsilon_0 - U_0}{r} = \frac{0{,}5 \text{ В}}{1500 \text{ Ом}} = \frac{1}{3} \text{ мА}.$$



Характеристика диода (чёрная) и прямая омметра $I = (\varepsilon_0 - U)/r$ (бирюзовая): от I_0 при $U = 0$ до нуля при $U = \varepsilon_0$. Ток в цепи — их пересечение.

Омметр не знает, что подключён диод, и переводит ток в сопротивление по своей шкале:

$$R_x = \frac{\varepsilon_0}{I} - r = \frac{\varepsilon_0 r}{\varepsilon_0 - U_0} - r = \frac{U_0 r}{\varepsilon_0 - U_0} = \frac{1 \cdot 1500}{0{,}5}\ \text{Ом} = 3000\ \text{Ом}.$$

Это то же, что U_0/I: омметр показывает отношение напряжения на диоде к току через него.

Обратите внимание. «Сопротивление диода», которое показывает омметр, — не свойство диода, а свойство пары «диод + этот омметр». Омметр с другой батарейкой даст другое число: при $\varepsilon_0 = 3$ В вышло бы $R_x = 750$ Ом. А при $\varepsilon_0 < U_0$ диод не открылся бы вовсе, и омметр показал бы бесконечность при любой полярности.

Проверка. Размерность: $[U_0 r/(\varepsilon_0 - U_0)] = \text{В} \cdot \text{Ом}/\text{В} = \text{Ом}$. Предел: при $U_0 \to 0$ диод в прямом направлении — просто проводник, и формула даёт $R_x \to 0$. Второй способ — графический (рис. 5): пересечение прямой омметра с характеристикой диода даёт $I = \frac{1}{3}$ мА, а по градуировке (рис. 4) трети тока отвечают 3 кОм.

Ответ. 1) $r = \varepsilon_0/I_0 = 1500$ Ом; 2) $R_x = r = 1500$ Ом; 3) при обратной полярности $R_x = \infty$, при прямой $R_x = \dfrac{U_0 r}{\varepsilon_0 - U_0} = 3000$ Ом.