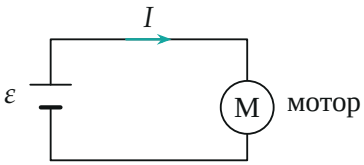
Механическая мощность электромотора

Задача 3. [ИОШ 2024/25, отборочный этап, 11 класс, задача 3] Электромотор питается от аккумуляторной батареи с ЭДС $\varepsilon = 12$ В. При полном затормаживании ротора (вращающейся части) электромотора в цепи течёт ток силой $I = 5$ А. Найти механическую мощность электромотора при токе в его обмотке $I_1 = 2$ А.



Поясняющий рисунок: батарея с ЭДС ε и мотор M в одной цепи.

▲ **Решение. Что происходит.** Задача на баланс мощностей в цепи с электромотором. Батарея отдаёт мощность εI; часть её идёт на нагрев проводов (обмотки мотора и самой батареи), остальное мотор превращает в механическую работу. Когда ротор заторможен, механической работы нет — мотор ведёт себя как простой резистор, и по этому режиму находим полное сопротивление цепи. Когда ротор крутится, в обмотке наводится ЭДС индукции, ток уменьшается, а разница мощностей уходит в механику.

Обозначения. R — полное сопротивление цепи (обмотка мотора, провода и внутреннее сопротивление батареи); $P_{\text{мех}}$ — механическая мощность мотора; $\varepsilon_{\text{инд}}$ — ЭДС индукции во вращающейся обмотке.

1. Ротор заторможен. Ротор стоит — механической мощности нет, ЭДС индукции нет (обмотка не движется в поле магнита). Цепь — источник и сопротивление R (рис. 1, слева). Закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{\varepsilon}{I} = \frac{12}{5}\ \text{Ом} = 2{,}4\ \text{Ом}.$$

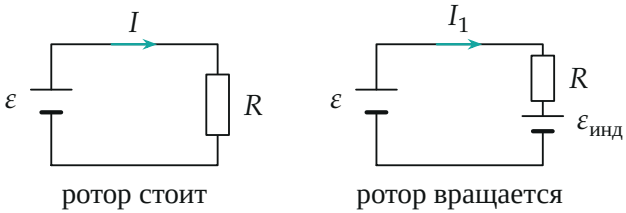


Рис. 1. Эквивалентные схемы. Слева — заторможенный мотор: только сопротивление. Справа — вращающийся: к сопротивлению добавляется ЭДС индукции $\varepsilon_{инд}$, направленная против тока (правило Ленца).

2. Ротор вращается: закон сохранения энергии. Сопротивление цепи то же самое — провода и обмотка не изменились. За единицу времени батарея совершает работу εI_1; по закону Джоуля–Ленца $I_1^2 R$ идёт в тепло, остальное — механическая мощность:

$$\varepsilon I_1 = I_1^2 R + P_{мех}.$$

Мощности по статьям — на рис. 2.

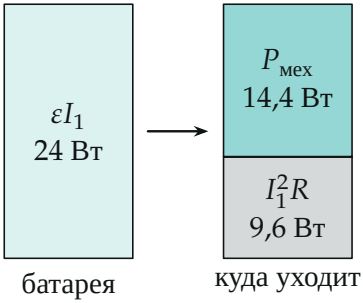


Рис. 2. Баланс мощностей при токе $I_1 = 2$ А.

3. Механическая мощность. Подставим $R = \varepsilon/I$:

$$P_{мех} = \varepsilon I_1 - I_1^2 \frac{\varepsilon}{I} = \frac{\varepsilon I_1 (I - I_1)}{I} = \frac{12 \cdot 2 \cdot (5-2)}{5}\ \text{Вт} = 14{,}4\ \text{Вт}.$$

4. Второй способ — через ЭДС индукции. По закону Ома для полной цепи с двумя ЭДС (рис. 1, справа) $\varepsilon - \varepsilon_{инд} = I_1 R$, откуда $\varepsilon_{инд} = 12 -$

$2 \cdot 2{,}4 = 7{,}2$ В. Механическая мощность — это мощность, которую ток отдаёт против ЭДС индукции: $P_{\text{мех}} = \varepsilon_{\text{инд}} I_1 = 7{,}2 \cdot 2 = 14{,}4$ Вт. Совпало.

5. Как $P_{\text{мех}}$ зависит от тока. Формула $P_{\text{мех}}(I_1) = \varepsilon I_1 - I_1^2 R$ — парабола (рис. 3): при $I_1 = 0$ (мотор крутится вхолостую без нагрузки) и при $I_1 = I$ (ротор стоит) механической мощности нет. Наибольшая — при $I_1 = I/2 = 2{,}5$ А: $P_{\max} = \dfrac{\varepsilon I}{4} = 15$ Вт.

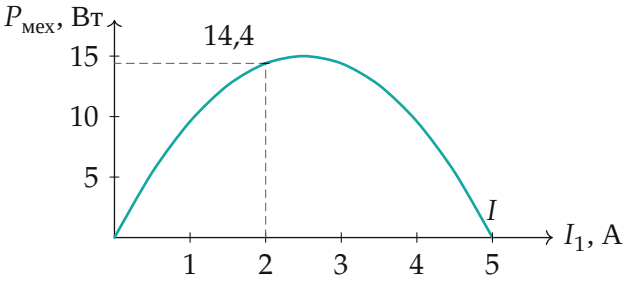


Рис. 3. Механическая мощность мотора в зависимости от тока при $\varepsilon = 12$ В, $R = 2{,}4$ Ом. Точка — режим из условия.

Обратите внимание. Сопротивление R, найденное по заторможенному режиму, — это сопротивление всей цепи вместе с внутренним сопротивлением батареи, и в баланс мощностей входит именно оно: εI_1 — работа сторонних сил всей батареи. И ток во вращающемся моторе меньше, чем в заторможенном, не из-за роста сопротивления, а из-за встречной ЭДС индукции — поэтому заторможенный мотор так быстро перегревается.

Ответ. $\boxed{P_{\text{мех}} = \dfrac{\varepsilon I_1 (I - I_1)}{I} = 14{,}4 \text{ Вт}}$

Проверка. Размерность: В·А = Вт. Пределы: $I_1 = I$ (ротор заторможен) даёт $P_{\text{мех}} = 0$; $I_1 \to 0$ (мотор без нагрузки) — тоже 0. Второй способ через $\varepsilon_{\text{инд}} = 7{,}2$ В дал те же 14,4 Вт. КПД мотора в этом режиме $14{,}4/24 = 60\% = 1 - I_1/I$.

Смысл: мотор забирает у батареи мощность $\varepsilon_{\text{инд}} I_1$ и отдаёт её механизму; чем меньше ток по сравнению с током заторможенного ротора, тем больше доля полезной мощности.

Ответ. $P_{\text{мех}} = \dfrac{\varepsilon I_1 (I - I_1)}{I} = 14{,}4$ Вт.