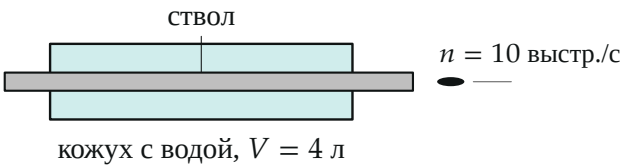
Пулемёт «Максим» и кожух с водой

Задача 2. [ИОШ 2024/25, отборочный этап, 9 класс, задача 2] Наиболее известным оружием времён первой мировой войны был пулемёт «Максим», в котором использовалось водяное охлаждение ствола. Ствол пулемёта помещался в кожух объёмом $V = 4$ л, в который заливалась вода. За какое время непрерывной стрельбы вода в кожухе закипит, если пулемёт совершает $n = 10$ выстрелов в секунду? Масса пороха в патроне $m = 3{,}1$ г, теплота сгорания пороха $q = 3{,}8$ МДж/кг. Считать, что на нагревание воды идёт $\eta = 0{,}2$ энергии, выделившейся при сгорании пороха. Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3, удельная теплоёмкость воды $c_в = 4200$ Дж/(кг · град), температура кипения воды $t_{кип} = 100\,^\circ$C. Начальная температура воды $t_0 = 20\,^\circ$C.



Поясняющий рисунок. Ствол проходит сквозь кожух с водой; часть тепла от сгорания пороха нагревает воду.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на тепловой баланс с постоянным подводом тепла. Каждый выстрел — сгорание порции пороха; доля η этой энергии уходит в воду. Выстрелы идут с постоянной частотой, поэтому вода получает тепло с постоянной мощностью и нагревается равномерно. Время до кипения — количество теплоты, нужное, чтобы нагреть воду до 100 °C, делённое на эту мощность.

Обозначения. Q_1 — теплота, получаемая водой за один выстрел; P — мощность подвода тепла к воде; M — масса воды; Q' — теплота, нужная для нагрева воды до кипения; τ — искомое время. Считаем, как и в условии, что вода не теряет тепла наружу и что нагревается только вода (теплоёмкость ствола и кожуха не учитываем).

1. Теплота на один выстрел. При сгорании пороха массой m выделяется qm; в воду идёт доля η (рис. 1):

$$Q_1 = \eta q m = 0{,}2 \cdot 3{,}8 \cdot 10^6 \cdot 3{,}1 \cdot 10^{-3}\ \text{Дж} \approx 2360\ \text{Дж}.$$

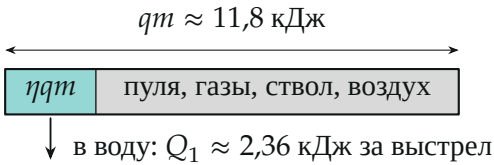


Рис. 1. Энергия сгорания пороха одного патрона (в масштабе): в воду идёт $\eta = 20\,\%$.

2. Мощность подвода тепла. За время t пулемёт делает $N = nt$ выстрелов, вода получает $Q = Q_1 nt$. Значит, мощность

$$P = \frac{Q}{t} = \eta q m n \approx 2360\ \text{Дж} \cdot 10\ \text{с}^{-1} = 2{,}36 \cdot 10^4\ \text{Вт}.$$

3. Теплота до кипения. Масса воды $M = \rho_\text{в} V = 1000 \cdot 4 \cdot 10^{-3}$ кг $= 4$ кг (объём в м^3: 4 л $= 4 \cdot 10^{-3}$ м^3). Количество теплоты для нагрева от t_0 до $t_\text{кип}$:

$$Q' = c_\text{в} \rho_\text{в} V\,(t_\text{кип} - t_0) = 4200 \cdot 4 \cdot 80\ \text{Дж} \approx 1{,}34 \cdot 10^6\ \text{Дж}.$$

4. Время до кипения. Уравнение теплового баланса: тепло, полученное водой за время τ, равно нужному, $P\tau = Q'$:

$$\tau = \frac{c_\text{в} \rho_\text{в} V\,(t_\text{кип} - t_0)}{\eta q m n} = \frac{1{,}344 \cdot 10^6}{2{,}356 \cdot 10^4}\ \text{с} \approx 57\ \text{с}.$$

Мощность постоянна, поэтому температура растёт линейно, примерно на 1,4 °C в секунду (рис. 2), а полученное тепло — по прямой $Q = Pt$ (рис. 3).

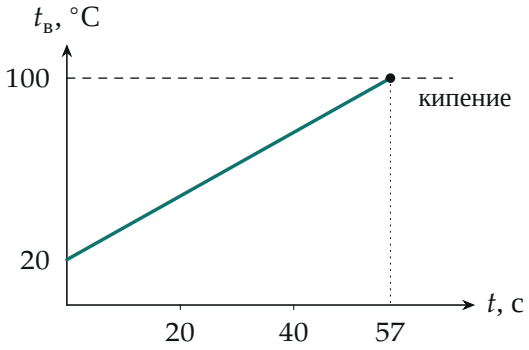


Рис. 2. Температура воды в кожухе при непрерывной стрельбе: прямая от 20 до 100 °C за 57 с (без потерь тепла).

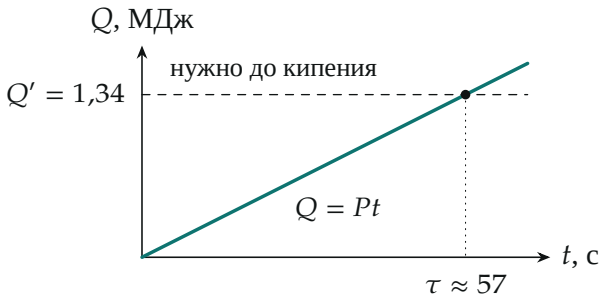


Рис. 3. Тепло, полученное водой, растёт по прямой $Q = Pt$ ($P \approx 23{,}6$ кВт); закипание — там, где прямая достигает Q'.

Обратите внимание. Литры переводим в кубометры (1 л $= 10^{-3}$ м^3), граммы — в килограммы, мегаджоули — в джоули. И в воду идёт не вся энергия пороха, а лишь доля η: остальное уносят пуля и пороховые газы.

Ответ. $\tau = \dfrac{c_в \rho_в V\,(t_{кип} - t_0)}{\eta\, q\, m\, n} \approx 57$ с.

Проверка. Размерность: $\dfrac{\text{Дж}/(\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C})\cdot\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}{\text{Дж}/\text{кг}\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-1}} = \text{с}$. Второй способ — по числу выстрелов: до кипения нужно $Q'/Q_1 = 1{,}344\cdot10^6/2356 \approx 570$ выстрелов, при 10 выстрелах в секунду это 57 с. Предел: при $\eta \to 0$ время $\tau \to \infty$ — вода не греется, верно.

Физический смысл. Вода в кожухе принимает около 24 кВт тепла — как десяток электрочайников разом; четырёх литров хватает примерно на минуту стрельбы до закипания.

Ответ. $\tau = \dfrac{c_{\text{в}}\rho_{\text{в}}V\,(t_{\text{кип}} - t_0)}{\eta\, q\, m\, n} \approx 57$ с.