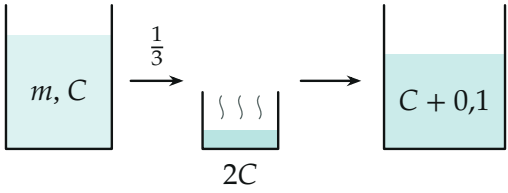
Выпаривание части раствора

Задача 3. [ИОШ 2024/25, отборочный этап, 9 класс, задача 3] В стакане находится раствор соли с некоторой неизвестной концентрацией C. Из стакана забирают третью часть раствора и выпаривают его до тех пор, пока концентрация соли не повысится в два раза. После этого выпаренный раствор возвращают обратно в стакан. В результате концентрация соли в стакане становится равной $C + 0{,}1$. Определить исходную концентрацию C соли в стакане. Считать, что в воде может раствориться любое количество соли.



Поясняющий рисунок: треть раствора отлили, выпарили до концентрации $2C$ и вернули в стакан.

▲ **Решение. Что происходит.** Задача на смешивание растворов. При выпаривании уходит только вода, а соль остаётся. Поэтому главная идея — следить за массой соли: она во всём процессе одна и та же, меняется только масса раствора. Концентрацию понимаем как долю массы соли в массе раствора.

Обозначения. m — исходная масса раствора в стакане; C — исходная концентрация, масса соли в стакане Cm; m' — масса отлитой порции после выпаривания; M — масса раствора в стакане в конце.

1. Порция до выпаривания. Забрали треть раствора: масса порции $\dfrac{m}{3}$, соли в ней $C\dfrac{m}{3}$. В стакане остались $\dfrac{2m}{3}$ раствора с той же концентрацией C (рис. 1, слева).

2. Выпаривание. Соль в порции сохраняется, а её концентрация стала $2C$:

$$2C\,m' = C\,\frac{m}{3} \quad \Rightarrow \quad m' = \frac{m}{6}.$$

Концентрация выросла вдвое, потому что масса раствора при той же соли уменьшилась вдвое: испарилось $\frac{m}{6}$ воды.

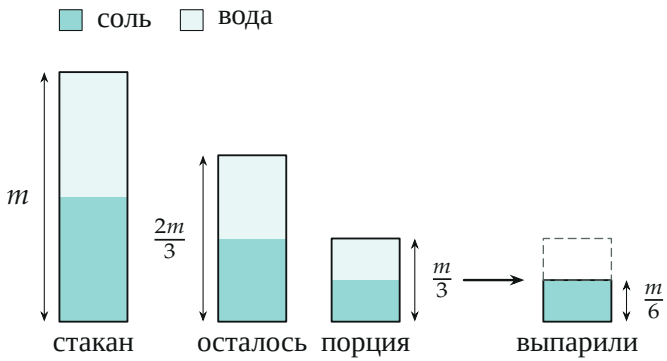


Рис. 1. Массы соли (тёмная часть) и воды (светлая) по этапам; высоты — для найденного ответа $C = 0{,}5$. Пунктир — испарившаяся вода.

3. Раствор после возвращения порции. Масса раствора в стакане

$$M = \frac{2m}{3} + \frac{m}{6} = \frac{5m}{6},$$

а масса соли — прежняя, Cm: соль не испарялась и вся вернулась в стакан. Новая концентрация по определению

$$\frac{Cm}{M} = \frac{Cm}{5m/6} = \frac{6}{5}C.$$

4. Уравнение для C. По условию новая концентрация равна $C + 0{,}1$:

$$\frac{6}{5}C = C + 0{,}1 \quad \Rightarrow \quad \frac{C}{5} = 0{,}1 \quad \Rightarrow \quad C = 0{,}5.$$

Неизвестная масса m сократилась — ответ от неё не зависит. Графически (рис. 2): прямая $\frac{6}{5}C$ — концентрация после операции, прямая $C+0{,}1$ — требование условия; они пересекаются при $C = 0{,}5$.

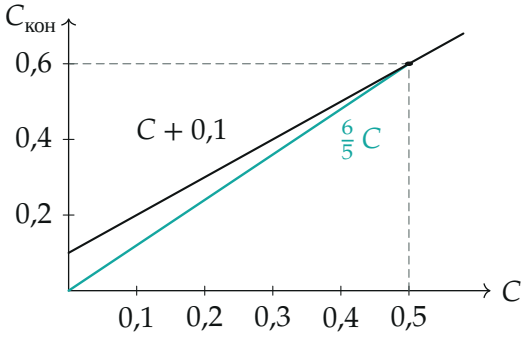


Рис. 2. Бирюзовая прямая — концентрация в конце, $\frac{6}{5}C$ (она обрывается при $C = 0{,}5$: дальше $2C > 1$). Чёрная — требование $C + 0{,}1$.

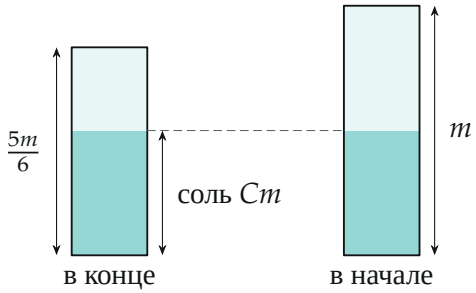


Рис. 3. Соли столько же, раствора стало $\frac{5}{6}$ от прежнего — концентрация выросла в $\frac{6}{5}$ раза: 0,5 → 0,6.

Обратите внимание. При $C = 0{,}5$ удвоенная концентрация порции равна 1: отлитую треть выпарили досуха, в стакан вернули чистую соль (на рис. 1 у последнего столбика воды нет). Поэтому в условии и сказано, что в воде может раствориться любое количество соли — иначе выпарить порцию до концентрации $2C$ было бы нельзя.

Ответ. $\boxed{C = 0{,}5}$ (соль составляла половину массы раствора).

Проверка. Второй способ — числами. Пусть $m = 600$ г, $C = 0{,}5$: соли 300 г, воды 300 г. В порции 200 г: 100 г соли и 100 г воды; выпарили до 100 г — концентрация $1 = 2C$. В стакане $400 + 100 = 500$ г раствора и 300 г соли: концентрация $0{,}6 = C + 0{,}1$. Всё сходится. Предел: если

бы выпаривали всё, концентрация росла бы без ограничений; при выпаривании трети она может вырасти не больше чем в $\frac{3}{2}$ раза, и наше $\frac{6}{5}$ в этих пределах.

Смысл: при выпаривании сохраняется соль, поэтому концентрация обратно пропорциональна массе раствора.

Ответ. $C = 0{,}5$.