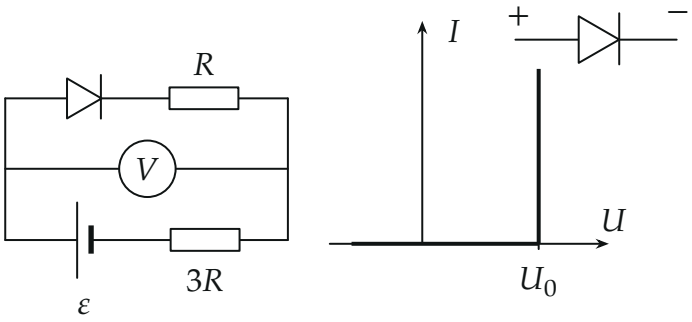
Диод, резисторы и вольтметр

Задача 1. [ИОШ 2024/25, 11 класс, задача 1] Электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке слева, состоит из идеального источника ЭДС ε, идеального вольтметра, двух резисторов с сопротивлениями R и $3R$ и диода. Вольтамперная характеристика диода приведена на рисунке справа; напряжение открытия диода U_0 известно (положительным считается напряжение, соответствующее приложению «плюса» и «минуса» как на вставке на вольтамперной характеристике). Что показывает вольтметр в цепи? Какими будут показания вольтметра, если изменить полярность подключения источника? Будет ли выделяться тепло на диоде и если да, то какова мощность этого тепловыделения?



▲ **Решение. Что происходит.** Диод — вентиль с порогом. По его вольтамперной характеристике ток либо равен нулю (напряжение на диоде меньше U_0), либо течёт, но тогда напряжение на диоде равно ровно U_0 и больше стать не может. Это задача на диоды, а они решаются перебором состояний: предполагаем, что диод закрыт, и проверяем, не противоречит ли это ВАХ; затем предполагаем, что открыт, и проверяем снова. Идеальный вольтметр ток не пропускает, поэтому ток может идти только по одному контуру: источник — резистор $3R$ — резистор R — диод.

Обозначения. Правый узел вольтметра заземлим, $\varphi = 0$; тогда потенциал левого узла равен показанию вольтметра U. I — ток в контуре (по часовой стрелке: из «плюса» источника через диод), $U_д$ — напряжение

на диоде, положительное, когда «плюс» приложен со стороны основания треугольника (как на вставке ВАХ). Пока полярность как на рисунке (длинная пластина источника — «плюс» — слева), $\varepsilon > 0$; смена полярности — это $\varepsilon \to -\varepsilon$.

Пункт 1. Источник включён, как на рисунке.

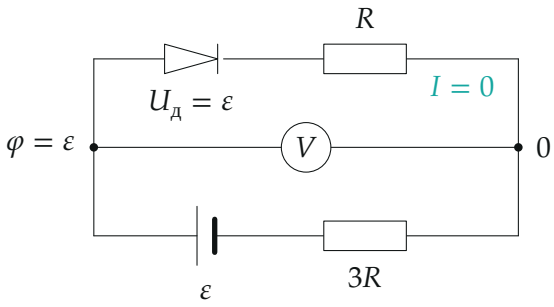
1. Уравнение контура. Обойдём контур по часовой стрелке. Сумма напряжений на диоде и резисторах равна ЭДС:

$$\varepsilon = U_д + IR + I \cdot 3R = U_д + 4IR.$$

Это второе правило Кирхгофа; вольтметр в контур не входит: тока в нём нет. Неизвестных две, $U_д$ и I; недостающее уравнение даёт ВАХ диода.

2. Предположение «диод закрыт». По ВАХ $I = 0$, значит $IR = 0$ и $3IR = 0$: падений напряжения на резисторах нет, и из уравнения контура $U_д = \varepsilon$. Закрытый диод допустим, пока $U_д < U_0$, то есть при $\varepsilon < U_0$. Все три ветви между узлами вольтметра обесточены, потенциалы узлов отличаются ровно на ЭДС:

$$U = \varepsilon \qquad (\varepsilon < U_0).$$



Диод закрыт ($0 < \varepsilon < U_0$): тока нет нигде, диод держит на себе всё напряжение источника, вольтметр показывает ε.

3. Предположение «диод открыт». По ВАХ $U_д = U_0$ и $I > 0$. Из уравнения контура

$$I = \frac{\varepsilon - U_0}{4R}.$$

Предположение подтверждается, если получилось $I > 0$, то есть при $\varepsilon > U_0$. Диод стал «проводом с постоянным падением U_0», а лишнее напряжение $\varepsilon - U_0$ целиком досталось резисторам R и $3R$ в отношении $1 : 3$.

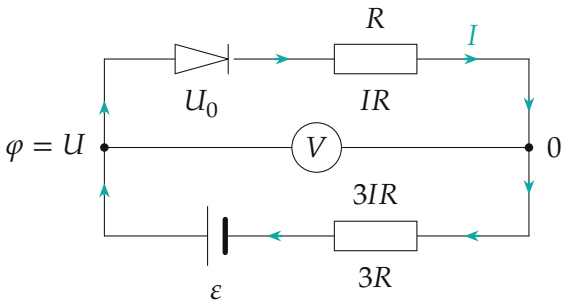
4. Показание вольтметра. Вольтметр подключён к левому и правому узлам, то есть параллельно участку «диод и R». Напряжение на этом участке

$$U = U_д + IR = U_0 + \frac{\varepsilon - U_0}{4} = \frac{\varepsilon + 3U_0}{4} \qquad (\varepsilon > U_0).$$

Второй способ: тот же вольтметр подключён параллельно участку «источник и $3R$», и

$$U = \varepsilon - I \cdot 3R = \varepsilon - \frac{3(\varepsilon - U_0)}{4} = \frac{\varepsilon + 3U_0}{4}.$$

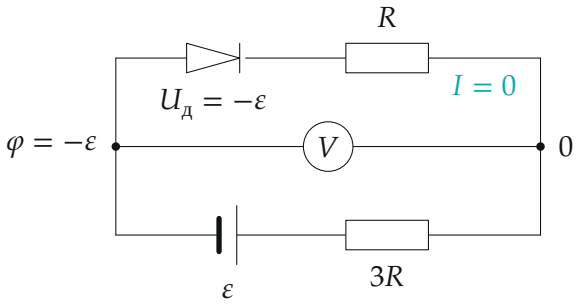
Совпало. При $\varepsilon = U_0$ оба случая дают $U = U_0$, $I = 0$: состояния сшиваются непрерывно.



Диод открыт ($\varepsilon > U_0$): ток $I = (\varepsilon - U_0)/4R$ идёт по часовой стрелке; напряжения на элементах контура — U_0, $IR = (\varepsilon - U_0)/4$ и $3IR = 3(\varepsilon - U_0)/4$, в сумме ε. Потенциал левого узла $U = U_0 + IR$.

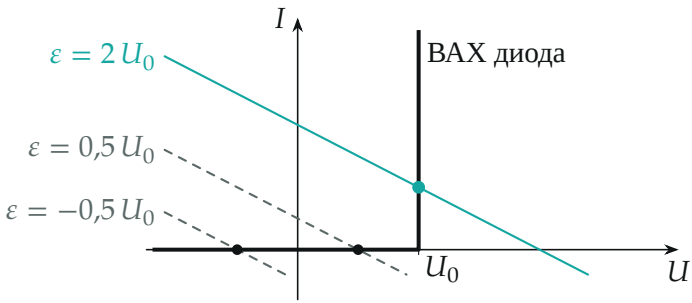
Обратите внимание: на открытом диоде напряжение — ровно U_0, а не ε и не ноль. Если считать диод просто проводом, получится $U = \varepsilon/4$, и это неверно при любом $U_0 > 0$. Вольтметр, хотя и идеальный, показывает ЭДС только когда тока нет: при токе часть ε падает на $3R$.

Пункт 2. Полярность изменена. Теперь «минус» источника оказывается на стороне анода диода: уравнение контура то же, но с $-\varepsilon$ вместо ε. Проверим «диод открыт»: оно требует $U_д = U_0 > 0$ и $I > 0$, но тогда $-\varepsilon = U_0 + 4IR > 0$, что невозможно при $\varepsilon > 0$. Остаётся «диод закрыт»: $I = 0$ и $U_д = -\varepsilon < U_0$, ВАХ это допускает. Тока нет, поэтому вольтметр показывает напряжение источника: по модулю ε, а знак показания обратный (потенциал левого узла $-\varepsilon$).



Полярность изменена: диод заперт напряжением $U_д = -\varepsilon$, тока нет, вольтметр показывает $-\varepsilon$.

Любое $\varepsilon < U_0$, в том числе отрицательное, оставляет диод закрытым, поэтому $U = \varepsilon$ на всём промежутке $\varepsilon < U_0$. Подтвердим графически: рабочая точка — пересечение ВАХ диода и нагрузочной прямой $I = (\varepsilon - U)/(4R)$ остальной цепи (источник с сопротивлением $4R$).



Графическое решение. Чёрная линия — ВАХ диода, наклонные — нагрузочные прямые $I = (\varepsilon - U)/4R$ для трёх ЭДС. При $\varepsilon < U_0$ точка пересечения

лежит на оси U (ток нулевой, $U_\partial = \varepsilon$), при $\varepsilon > U_0$ — на вертикальном участке, где $U_\partial = U_0$. Ток по вертикальной оси — в единицах U_0/R.

Пункт 3. Тепло на диоде. На открытом диоде электрическое поле совершает работу над зарядом, проходящим через него: за время Δt переносится заряд $I\Delta t$ при напряжении $U_д$, и вся эта работа идёт в тепло. Мощность

$$P_д = U_д I.$$

Закрытый диод: $I = 0$ и тепла нет. Открытый: $U_д = U_0$, поэтому

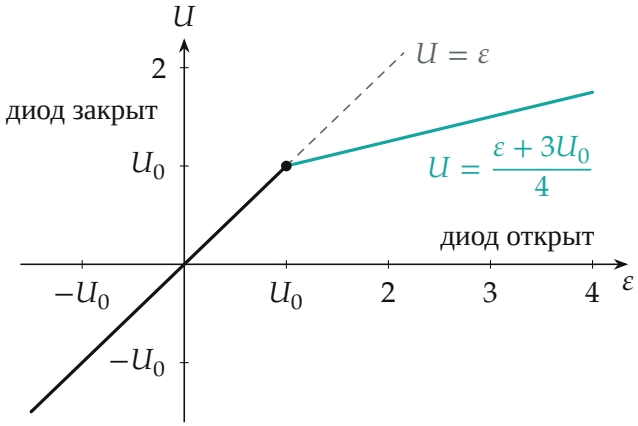
$$P_д = U_0 I = \frac{U_0(\varepsilon - U_0)}{4R} \qquad (\varepsilon > U_0).$$

При смене полярности диод закрыт, и тепло на нём тоже не выделяется.

Собираем показание вольтметра.

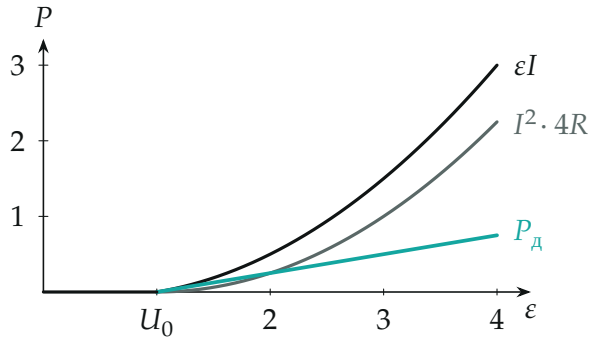
$$U = \begin{cases} \varepsilon, & \varepsilon < U_0, \\ \dfrac{\varepsilon + 3U_0}{4}, & \varepsilon > U_0. \end{cases}$$

Обратной полярности соответствует $\varepsilon < 0$, она входит в первую строку.



Показание вольтметра. После порога рост вчетверо медленнее: лишний вольт ЭДС делится между R и $3R$ как $1:3$, и вольтметр видит четверть.

Проверка. Размерность: $(\varepsilon - U_0)/R$ — ампер, $U_0 I$ — ватт. Предел $U_0 \to 0$ (диод без порога): $U = \varepsilon/4$ — обычный делитель из R и $3R$ — и тепло на диоде нулевое, как и должно быть без падения напряжения. Баланс мощностей при $\varepsilon > U_0$: в резисторах $I^2 \cdot 4R = (\varepsilon - U_0)^2/(4R)$, на диоде $U_0(\varepsilon - U_0)/(4R)$, в сумме $\varepsilon(\varepsilon - U_0)/(4R) = \varepsilon I$ — ровно мощность источника. Диод отбирает у источника фиксированные U_0 вольт, а остальная цепь работает как обычный делитель из двух резисторов.



Мощности при $\varepsilon > U_0$ (по вертикали — в единицах U_0^2/R): на диоде — линейно, в резисторах — по параболе; вместе — мощность источника εI.

Ответ. Показание вольтметра: $U = \varepsilon$ при $\varepsilon < U_0$ (в том числе при обратной полярности: по модулю ε, знак меняется на обратный) и $U = (\varepsilon + 3U_0)/4$ при $\varepsilon > U_0$. Тепло на диоде выделяется только при $\varepsilon > U_0$, мощность $P_д = U_0(\varepsilon - U_0)/(4R)$; при $\varepsilon < U_0$ и при обратной полярности $P_д = 0$.