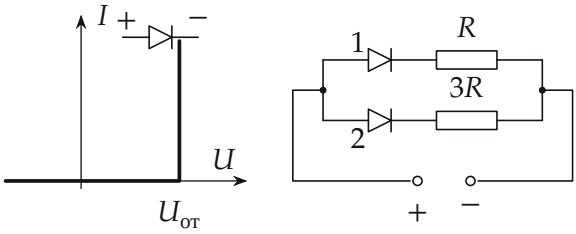
Два диода с резисторами

Задача 4. [ИОШ 2024/25, 9 класс, задача 4] Вольтамперная характеристика диода (зависимость тока, текущего через диод, от приложенного к нему напряжения) представлена на рисунке (положительным считается напряжение, соответствующее приложению «плюса» и «минуса» как на вставке на рисунке). Два диода 1 и 2 с напряжением открытия $U_{от} = U_0$ и $U_{от} = 2U_0$ соединили последовательно с резисторами R и $3R$ соответственно, затем эти два участка соединили параллельно и приложили к ним положительное напряжение $4U_0$ (см. рисунок). Найти ток через источник.



▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на цепь с диодами, а их шаблон — перебор состояний: предполагаем, открыт диод или закрыт, считаем и проверяем, согласуется ли результат с ВАХ. Идеальный диод по этой ВАХ ведёт себя так: пока напряжение на нём меньше $U_{от}$, ток равен нулю (диод закрыт); если ток идёт, напряжение на диоде равно ровно $U_{от}$ (вертикальный участок ВАХ), а «лишнее» напряжение падает на остальной части ветви. Ветви соединены параллельно, поэтому на каждую подано всё напряжение $4U_0$, и их можно считать по отдельности.

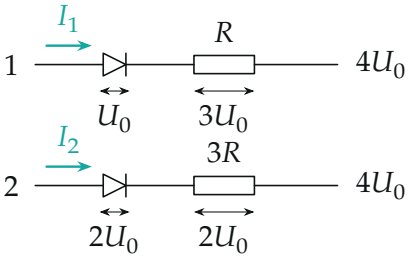
Обозначения. I_1, I_2 — токи в ветвях с диодами 1 и 2; U_R, U_{3R} — напряжения на резисторах; I — ток через источник.

1. Ветвь с диодом 1. Предположим, что диод 1 закрыт. Тогда тока в ветви нет, напряжение на резисторе R по закону Ома равно нулю, и всё напряжение $4U_0$ приходится на диод. Но $4U_0 > U_0$ — при таком напряжении ВАХ требует, чтобы диод был открыт. Противоречие, значит, диод 1 открыт, и напряжение на нём равно U_0. Напряжение ветви по закону сложения напряжений на последовательном участке $4U_0 = U_0 + U_R$,

откуда $U_R = 3U_0$. По закону Ома для резистора

$$I_1 = \frac{U_R}{R} = \frac{3U_0}{R}.$$

Ток положителен, то есть течёт в прямом направлении диода, — предположение «диод открыт» согласовано с ВАХ.



Обе ветви под одним напряжением $4U_0$: на открытом диоде остаётся его напряжение открытия, остальное — на резисторе.

2. Ветвь с диодом 2. Рассуждение то же: закрытым диод 2 быть не может, так как на нём оказалось бы $4U_0 > 2U_0$. Значит, он открыт, напряжение на нём $2U_0$, на резисторе $3R$ остаётся $U_{3R} = 4U_0 - 2U_0 = 2U_0$, и по закону Ома

$$I_2 = \frac{U_{3R}}{3R} = \frac{2U_0}{3R}.$$

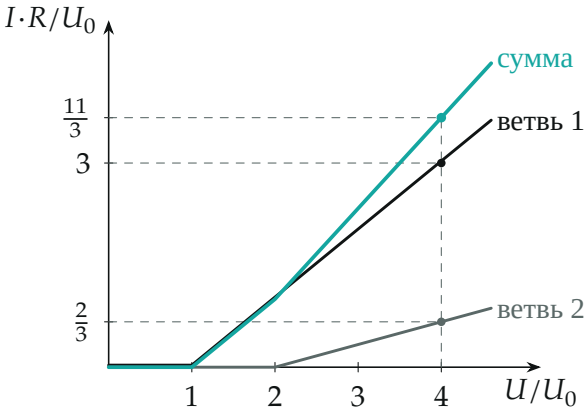
3. Ток через источник. Ветви соединены параллельно, поэтому по закону сохранения заряда (первое правило Кирхгофа для узла) ток источника равен сумме токов ветвей:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{3U_0}{R} + \frac{2U_0}{3R} = \frac{11\,U_0}{3R}.$$

Обратите внимание: напряжение открытия диода — это не «падение, которое можно не учитывать»: оно вычитается из напряжения ветви. Ветвь 2 получила меньше тока не только из-за большего сопротивления $3R$, но и потому, что её диод «съедает» $2U_0$ вместо U_0.

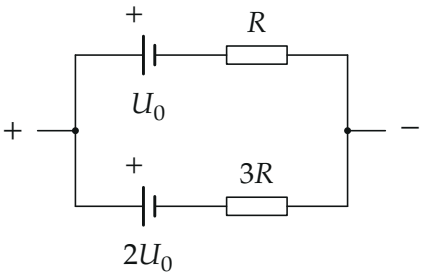
Проверка. Второй способ — графический. Ветвь «диод + резистор» имеет свою ВАХ: ток равен нулю, пока напряжение ветви меньше $U_{от}$,

а дальше растёт линейно, $I = (U - U_{от})/R_{ветви}$. Для параллельного соединения токи при одном напряжении складываются. Построим обе ВАХ и их сумму и посмотрим на значение при $U = 4U_0$: $I_1 = 3U_0/R$, $I_2 = \frac{2}{3}\,U_0/R$, $I = \frac{11}{3}\,U_0/R$ — то же.



ВАХ ветвей и всего параллельного участка (по точкам): излом суммарной ВАХ при $U = 2U_0$ — момент открытия диода 2. При $U = 4U_0$ ток источника $I = 11U_0/(3R)$.

Предел: если бы оба диода были идеальными проводниками ($U_{от} \to 0$), получилось бы $I = 4U_0/R + 4U_0/(3R) = 16U_0/(3R)$ — больше нашего, как и должно быть.



Эквивалентная схема с открытыми диодами: каждый диод заменён источником с напряжением $U_{от}$, включённым навстречу току.

Физический смысл такой: открытый диод работает как «батарейка наоборот» с напряжением $U_{от}$, включённая навстречу току; поэтому каждая ветвь ведёт ток только избытком напряжения над своим $U_{от}$.

Ответ. $I = \dfrac{3U_0}{R} + \dfrac{2U_0}{3R} = \dfrac{11\,U_0}{3R}$.