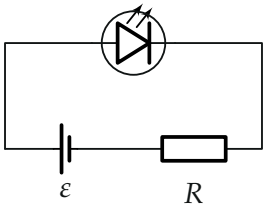
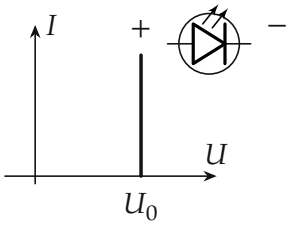
Светодиод и токоограничивающий резистор

Задача 4. [ИОШ 2025/26, отборочный этап, 10 класс, задача 4] Вольтамперная характеристика светодиода (зависимость тока, текущего через светодиод, от напряжения на нём) приведена на рисунке справа; напряжение открытия диода $U_0 = 3$ В. Известно, что если мощность энерговыделения на светодиоде превосходит значение $P_m = 100$ мВт, светодиод перегорает. Светодиод включают в электрическую цепь вместе с идеальным источником ЭДС $\varepsilon = 6$ В и токоограничивающим резистором, функция которого заключается в ограничении тока в цепи (см. рисунок слева). При каком минимальном значении R светодиод не перегорит?





▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на цепь с нелинейным элементом. Вольтамперная характеристика светодиода — «ступенька»: пока напряжение на нём меньше U_0, тока нет; ток идёт только при напряжении ровно U_0, и тогда может быть любым. Значит, при включённом токе напряжение на светодиоде известно (U_0), остальное напряжение источника падает на резисторе, а ток задаёт резистор. Мощность на светодиоде растёт с током — резистор не должен пускать ток больше допустимого.

Обозначения. I — ток в цепи (один и тот же через все элементы, соединение последовательное); $U_д$ — напряжение на светодиоде; U_R — напряжение на резисторе; P — мощность, выделяющаяся на светодиоде.

1. Открыт ли светодиод. Предположим, что тока нет. Тогда на резисторе напряжения нет ($U_R = IR = 0$), и всё напряжение источника приложено к светодиоду: $U_д = \varepsilon = 6\,\text{В} > U_0$. Но при напряжении больше U_0 характеристика тока «без тока» не допускает — противоречие. Значит, ток идёт, и напряжение на светодиоде равно напряжению открытия:

$$U_д = U_0 = 3\,\text{В}.$$

2. Ток в цепи. Закон Ома для замкнутой цепи с идеальным источником (сумма напряжений на элементах равна ЭДС):

$$\varepsilon = U_д + U_R = U_0 + IR \quad \Rightarrow \quad U_R = \varepsilon - U_0 = 3\,\text{В}, \qquad I = \frac{\varepsilon - U_0}{R}.$$

Распределение напряжений — на рис. 2. Графически рабочая точка — пересечение характеристики светодиода и «нагрузочной прямой» $I = \dfrac{\varepsilon - U}{R}$, она проходит через $(\varepsilon;\,0)$ и $(0;\,\varepsilon/R)$ (рис. 1). Чем меньше R, тем круче прямая и тем выше рабочая точка, то есть больше ток.

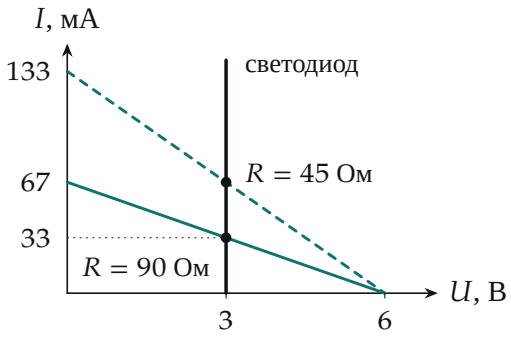


Рис. 1. Характеристика светодиода (чёрная) и нагрузочные прямые $I = (\varepsilon - U)/R$ для $R = 90$ Ом (сплошная) и $R = 45$ Ом (пунктир). Рабочие точки — на вертикали $U = U_0$; ток 33 и 67 мА.

3. Мощность на светодиоде. Мощность тока на участке — произведение напряжения на ток:

$$P = U_0 I = \frac{U_0(\varepsilon - U_0)}{R}.$$

Она обратно пропорциональна R (рис. 3). Условие «не перегорит»: $P \le P_m$.

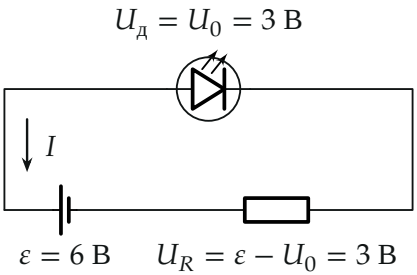


Рис. 2. Распределение напряжений: на светодиоде — ровно U_0, остальное — на резисторе; ток I в контуре один.

4. Наименьшее сопротивление.

$$\frac{U_0(\varepsilon - U_0)}{R} \le P_m \quad \Rightarrow \quad R \ge \frac{U_0(\varepsilon - U_0)}{P_m} = \frac{3 \cdot 3}{0{,}1}\ \text{Ом} = 90\ \text{Ом}.$$

При $R = 90$ Ом ток $I = \frac{3}{90}$ А ≈ 33 мА, мощность ровно 100 мВт.

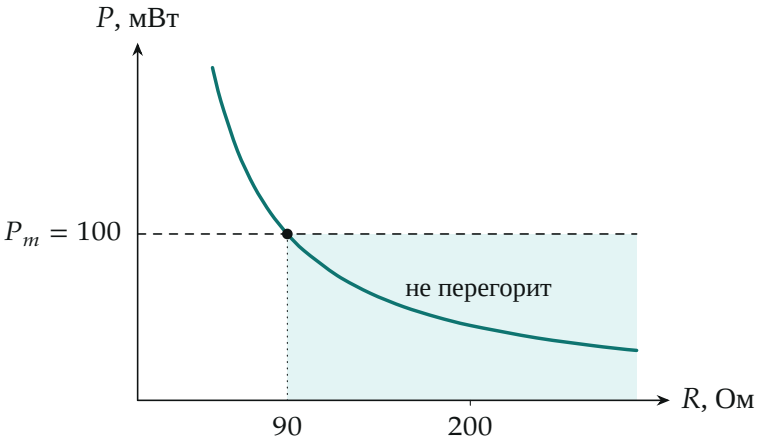


Рис. 3. Мощность на светодиоде $P = U_0(\varepsilon - U_0)/R$ (python, по точкам). Выше пунктира P_m светодиод перегорает; допустимы $R \geq 90$ Ом (закрашено).

Обратите внимание. Напряжение на открытом светодиоде не зависит от тока, поэтому мощность на нём считается как $U_0 I$, а не как $I^2 R$ и не как εI. Без резистора ток в такой цепи ничем не ограничен — отсюда и название «токоограничивающий».

Ответ. $R_{\min} = \dfrac{U_0(\varepsilon - U_0)}{P_m} = 90$ Ом.

Проверка. Размерность: $\dfrac{\text{В} \cdot \text{В}}{\text{Вт}} = \dfrac{\text{В}}{\text{А}} =$ Ом. Второй способ — через ток: наибольший допустимый ток $I_m = P_m/U_0 = \frac{0{,}1}{3}$ А; резистор на нём держит $\varepsilon - U_0 = 3$ В, $R = \dfrac{3}{0{,}1/3} = 90$ Ом. Предел: при $\varepsilon \to U_0$ на резисторе ничего не падает, ток мал при любом R, и $R_{\min} \to 0$.

Физический смысл. Светодиод сам ток не ограничивает — он лишь «съедает» фиксированные 3 В. Ток задаёт резистор, и сопротивление выбирают так, чтобы мощность на светодиоде не превысила допустимую.

Ответ. $R_{\min} = \dfrac{U_0(\varepsilon - U_0)}{P_m} = 90$ Ом.