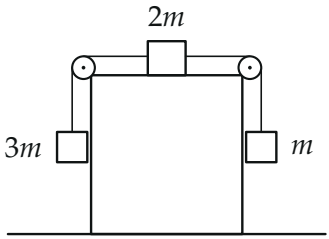
Куб с блоками и тремя грузами

Задача 6. [ИОШ 2025/26, отборочный этап, 10 класс, задача 6] На гладкой горизонтальной поверхности расположен куб, на двух верхних рёбрах которого укреплены два блока. Через блоки перекинута невесомая и нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены три тела массами m, $2m$ и $3m$ (см. рисунок). Какой горизонтальной силой нужно действовать на куб, чтобы он покоился? Трение между всеми поверхностями отсутствует.



▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на связанные тела и силы, которые нить передаёт через блоки. Куб держат неподвижным, поэтому грузы движутся как в обычной системе с неподвижными блоками: тяжёлый груз $3m$ опускается, m поднимается, $2m$ едет по верху куба влево. Нить давит на каждый блок двумя участками; горизонтальные составляющие от двух блоков разные, их разность и должна скомпенсировать внешняя сила. Найдём натяжения из второго закона Ньютона для грузов.

Обозначения. T_1 — натяжение левой части нити (между $3m$ и $2m$), T_2 — правой (между $2m$ и m); a — модуль ускорения грузов (нить нерастяжима — у всех трёх он одинаков); $\vec{F}$ — искомая сила, приложенная к кубу. Ось x — вправо, ось y — вверх. Блоки невесомые и без трения — натяжение по обе стороны каждого блока одинаково.

1. Второй закон Ньютона для грузов. На груз $3m$ действуют сила тяжести и натяжение T_1, он опускается; на груз $2m$ по горизонтали — натяжения T_1 (влево) и T_2 (вправо), по вертикали силы тяжести и реакции уравновешены; на груз m — сила тяжести и T_2, он поднимается (рис. 1). Проецируем каждое уравнение на направление движения свое-

го груза:

$$\begin{aligned} 3m: &\quad 3ma = 3mg - T_1, \\ 2m: &\quad 2ma = T_1 - T_2, \\ m: &\quad ma = T_2 - mg. \end{aligned}$$

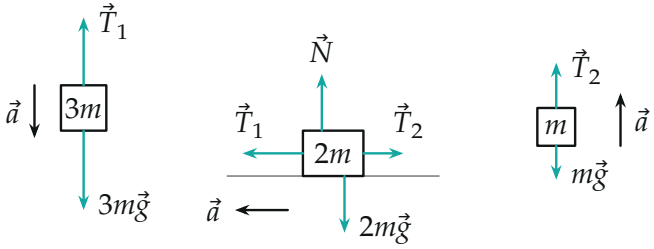


Рис. 1. Силы на грузы при неподвижном кубе (серая линия — верх куба). Длины стрелок — по найденным значениям: $T_1 = 2mg$, $T_2 = \frac{4}{3}mg$.

2. Ускорение и натяжения. Складываем три уравнения — натяжения сокращаются:

$$6ma = 3mg - mg \quad \Rightarrow \quad a = \frac{g}{3}.$$

Отсюда

$$T_1 = 3m(g - a) = 2mg, \qquad T_2 = m(g + a) = \frac{4}{3}mg.$$

3. Силы на куб. Нить, перекинутая через левый блок, тянет его вниз (к грузу $3m$) и вправо (к грузу $2m$) с силами T_1; через правый блок — вниз и влево (к грузу $2m$) с силами T_2. Блоки закреплены на кубе, поэтому эти силы действуют на куб. По горизонтали на куб, кроме них, действует только сила $\vec{F}$: груз $2m$ давит на куб вертикально (трения нет), висящие грузы куба не касаются, пол гладкий (рис. 2).

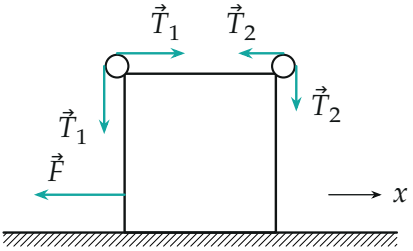


Рис. 2. Силы, с которыми нить действует на куб через блоки, и искомая сила $\vec{F}$ (вертикальные силы тяжести, давления груза $2m$ и реакции пола не показаны).

4. Условие покоя куба. Второй закон Ньютона для куба в проекции на ось x:

$$T_1 - T_2 + F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F_x = T_2 - T_1 = \frac{4}{3}mg - 2mg = -\frac{2}{3}mg.$$

Знак «минус»: сила направлена влево, в сторону груза $3m$, — туда же, куда разгоняется груз $2m$. Модуль

$$F = T_1 - T_2 = 2ma = \frac{2}{3}mg.$$

5. Второй способ — импульс всей системы. Возьмём систему «куб + три груза + нить». Внешние горизонтальные силы — только $\vec{F}$ (пол гладкий, силы тяжести и реакции пола вертикальны). По горизонтали ускоряется только груз $2m$: куб стоит, висящие грузы движутся вертикально. Второй закон Ньютона для системы в проекции на x:

$$F_x = 2m \cdot (-a) = -\frac{2}{3}mg,$$

то же самое, без вычисления натяжений (рис. 3).

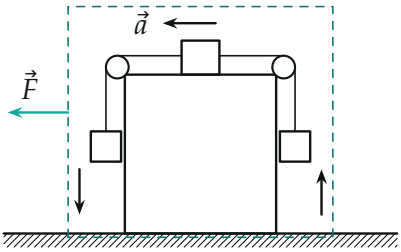


Рис. 3. Система «куб + грузы» (пунктир). Горизонтальное ускорение есть только у груза $2m$, поэтому единственная внешняя горизонтальная сила $F = 2ma$.

Обратите внимание. Сила натяжения на блок действует с двух сторон — по каждому участку нити, уходящему от блока; горизонтальную составляющую даёт только горизонтальный участок. И натяжения не равны весам грузов: грузы движутся с ускорением.

Ответ. $F = \dfrac{2}{3}\,mg$, горизонтально, в сторону груза $3m$.

Проверка. Размерность — сила. Предельный случай: если бы массы висящих грузов были равны, система стояла бы, $a = 0$, и куб не нужно было бы держать, $F = 0$ — формула $F = 2ma$ это даёт. Два способа (через натяжения и через импульс системы) дали одно и то же.

Физический смысл. Груз $2m$ разгоняется влево, и разгоняет его в конечном счёте внешняя сила, приложенная к кубу: без неё куб поехал бы вправо, «отдавая» импульс грузу.

Ответ. $F = \dfrac{2}{3}\,mg$, направлена горизонтально в сторону груза $3m$.