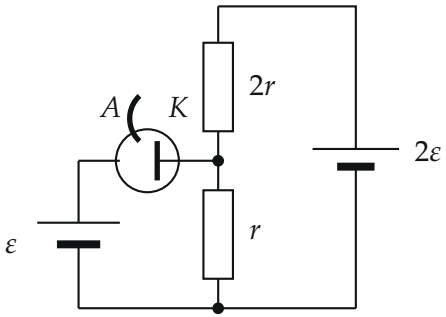
Вакуумный фотоэлемент в цепи

Задача 4. [ИОШ 2025/26, 10 класс, задача 4] Схема цепи дана на рисунке. Вакуумный фотоэлемент A–K обладает следующей вольтамперной характеристикой. Если $\varphi_A < \varphi_K$, ток через фотоэлемент не течёт (φ_A, φ_K — потенциалы электродов A и K). Если $\varphi_A > \varphi_K$, от A к K течёт ток $I_0 = 30$ мА. Найти напряжение на фотоэлементе $U_{A-K} = \varphi_A - \varphi_K$. Источники идеальны, сопротивления резисторов и ЭДС источников даны на схеме. $\varepsilon = 20$ В, $r = 50$ Ом.



▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на цепь с нелинейным элементом. Фотоэлемент работает как «клапан»: при $\varphi_A < \varphi_K$ это разрыв, при $\varphi_A > \varphi_K$ — источник постоянного тока I_0 (сколько бы ни было напряжение). Какой режим реализуется, заранее неизвестно, поэтому делаем предположение, считаем потенциалы и проверяем, не противоречит ли результат предположению. Считаем по правилам Кирхгофа: закон сохранения заряда для узла и обход контура.

Обозначения. O — нижний общий провод, $\varphi_O = 0$; I_1 — ток через $2r$ сверху вниз; I_2 — ток через r сверху вниз; φ_A, φ_K — потенциалы электродов. Длинная тонкая пластина источника — его плюс, у обоих источников плюс сверху.

1. Потенциал анода. Источник ε идеален и включён между проводом O и анодом A плюсом к аноду (через него ток фотоэлемента течёт, но напряжение идеального источника от тока не зависит):

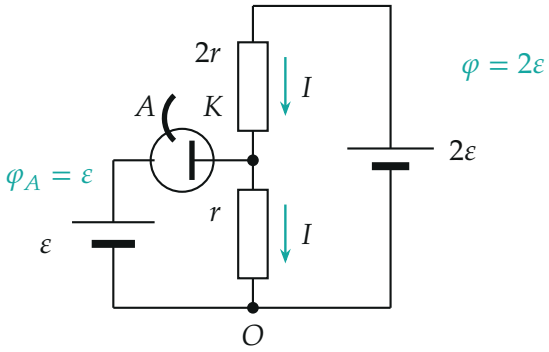
$$\varphi_A = \varphi_O + \varepsilon = \varepsilon.$$

Верхний провод подключён к плюсу источника 2ε, его потенциал 2ε.

2. Предположим, что тока через фотоэлемент нет. Тогда через $2r$ и r течёт один и тот же ток (правый контур — источник 2ε и резисторы последовательно). По закону Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{2\varepsilon}{2r + r} = \frac{2\varepsilon}{3r}, \qquad \varphi_K = \varphi_O + Ir = \frac{2\varepsilon}{3}.$$

Тогда $\varphi_A - \varphi_K = \varepsilon - \frac{2\varepsilon}{3} = \frac{\varepsilon}{3} > 0$ — а при $\varphi_A > \varphi_K$ ток через фотоэлемент обязан течь. Предположение противоречит само себе, значит, ток I_0 течёт.



Пробное предположение «тока через фотоэлемент нет»: через $2r$ и r один ток I, и $\varphi_K = 2\varepsilon/3 < \varphi_A = \varepsilon$ — противоречие.

3. Ток течёт: правила Кирхгофа. Теперь фотоэлемент — источник тока I_0 от A к K. Закон сохранения заряда для узла K (сколько втекает, столько вытекает): втекают I_0 (из фотоэлемента) и I_1 (сверху, через $2r$), вытекает I_2 (вниз, через r):

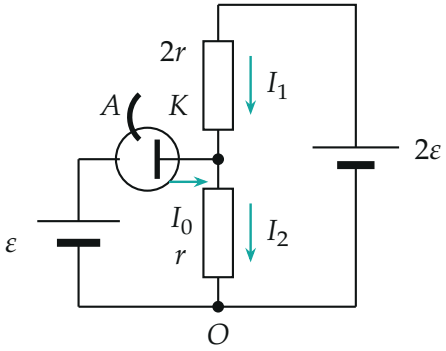
$$I_0 + I_1 = I_2.$$

Обход правого контура «источник $2\varepsilon \to 2r \to r$»: ЭДС равна сумме падений напряжения:

$$I_1 \cdot 2r + I_2\, r = 2\varepsilon.$$

Подставим $I_1 = I_2 - I_0$:

$$2r(I_2 - I_0) + I_2 r = 2\varepsilon \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{2\varepsilon}{3r} + \frac{2}{3} I_0.$$



Ток через фотоэлемент течёт: в узел K входят I_0 и I_1, выходит I_2.

4. Напряжение на фотоэлементе. Потенциал катода — напряжение на резисторе r (закон Ома для участка, ток I_2 идёт от K к O):

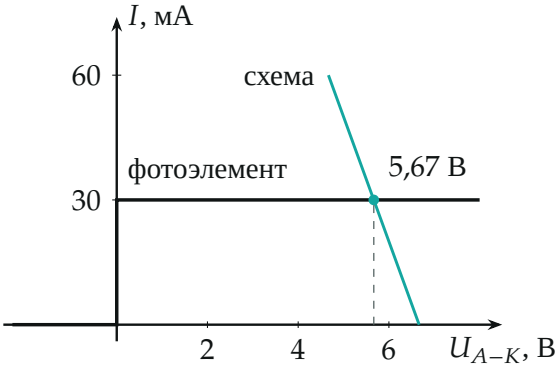
$$\varphi_K = \varphi_O + I_2 r = \frac{2\varepsilon}{3} + \frac{2}{3} I_0 r.$$

Тогда

$$U_{A-K} = \varphi_A - \varphi_K = \varepsilon - \frac{2\varepsilon}{3} - \frac{2}{3} I_0 r = \frac{\varepsilon}{3} - \frac{2}{3} I_0 r.$$

Числа: $\frac{20}{3} - \frac{2}{3} \cdot 0{,}03 \cdot 50 = 6{,}67 - 1{,}00 = 5{,}67$ В. Знак: $U_{A-K} > 0$, то есть $\varphi_A > \varphi_K$ — предположение «ток течёт» согласуется с результатом.

5. Графическая проверка. Для любого тока I через фотоэлемент та же схема даёт $U_{A-K} = \frac{\varepsilon}{3} - \frac{2}{3} Ir$ — прямую («нагрузочную»). Рабочая точка — её пересечение с характеристикой фотоэлемента ($I = 0$ при $U < 0$, $I = I_0$ при $U > 0$).



Характеристика фотоэлемента (чёрная) и зависимость, которую задаёт остальная цепь (бирюзовая). Пересечение одно: $I = I_0$, $U_{A-K} \approx 5{,}67$ В. Точка $I = 0$ на бирюзовой прямой ($U = 6{,}67$ В > 0) на характеристику не попадает — это и есть противоречие пункта 2.

Обратите внимание. Фотоэлемент в режиме $\varphi_A > \varphi_K$ задаёт *ток*, а не напряжение: напряжение на нём находят из остальной цепи. И потенциал анода от тока фотоэлемента не зависит — его жёстко держит идеальный источник ε.

Проверка. Размерность: $I_0 r$ — вольты, как и ε. Предел: при $I_0 \to 0$ ответ переходит в $\varepsilon/3$ пункта 2. Второй способ (python, узловой потенциал): $\frac{2\varepsilon-\varphi_K}{2r} + I_0 = \frac{\varphi_K}{r}$ даёт $\varphi_K = 14{,}33$ В, $U_{A-K} = 20 - 14{,}33 = 5{,}67$ В. Токи: $I_2 = 0{,}287$ А, $I_1 = 0{,}257$ А, $I_1 + I_0 = I_2$ — сходится.

Ответ. $U_{A-K} = \dfrac{\varepsilon}{3} - \dfrac{2}{3} I_0 r \approx 5{,}67$ В.

Смысл: ток фотоэлемента, втекая в узел K, дополнительно нагружает резистор r и поднимает потенциал катода — напряжение на фотоэлементе становится меньше, чем $\varepsilon/3$ без тока, но остаётся положительным.

Ответ. $U_{A-K} = \dfrac{\varepsilon}{3} - \dfrac{2}{3} I_0 r \approx 5{,}67$ В.