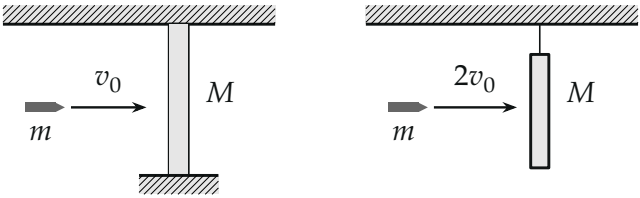
Пуля и дощечка

Задача 1. [ИОШ 2025/26, 9 класс, задача 1] Во время испытаний нового стрелкового оружия проводились выстрелы с разным количеством пороха в патроне (и, соответственно, при разной начальной скорости пули). Оказалось, что пуля пробивает лёгкую дощечку при скорости v_0, а такую же дощечку, но подвешенную на длинной нити, — при скорости $2v_0$. Найти отношение массы пули к массе дощечки.



закреплена на длинной нити

Поясняющий рисунок: одна и та же пуля массы m и одинаковые дощечки массы M.

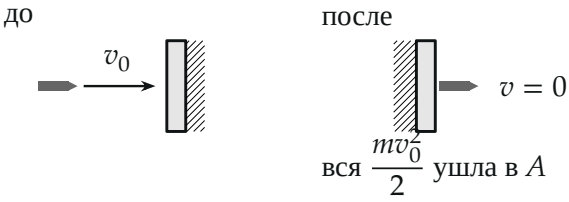
▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на неупругое взаимодействие двух тел: часть кинетической энергии уходит в работу сил сопротивления (в тепло и разрушение древесины). Закреплённая дощечка никуда не уезжает, и вся энергия пули идёт на пробивание. Подвешенная дощечка во время пробивания разгоняется и уносит часть энергии с собой, поэтому пуле нужна большая скорость. Сколько энергии уносит дощечка, скажет закон сохранения импульса — в этом главная идея.

Обозначения. m — масса пули, M — масса дощечки, A — работа против сил сопротивления при пробивании (положительная величина), u — общая скорость пули и подвешенной дощечки в конце пробивания, $n = 2$ — во сколько раз больше скорость во втором случае.

1. Почему работа A одна и та же. Сила сопротивления древесины действует на пулю, пока пуля движется *относительно* дощечки, и путь пули относительно дощечки в обоих случаях равен её толщине. Значит, в тепло и разрушение уходит одна и та же энергия A, закреплена дощечка или нет.

2. Закреплённая дощечка. Скорость v_0 — наименьшая, при которой пуля пробивает дощечку: пуля выходит с обратной стороны с нулевой скоростью. Закон сохранения энергии (кинетическая энергия пули целиком переходит в работу против сил сопротивления):

$$\frac{mv_0^2}{2} = A. \qquad (1)$$

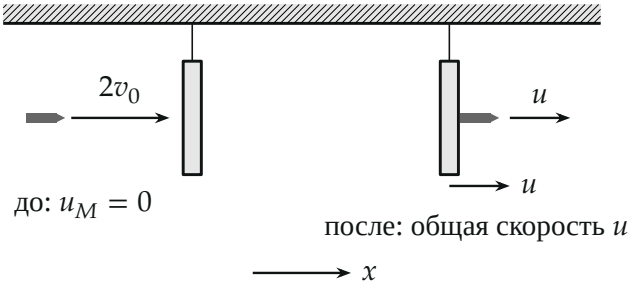


Закреплённая дощечка: пуля минимальной скорости выходит из дощечки и останавливается.

3. Подвешенная дощечка: что значит «минимальная скорость». Пока пуля идёт сквозь дощечку, сила трения о древесину тормозит пулю и разгоняет дощечку. Если пуля не успела пробить дощечку, к концу торможения их скорости сравнялись и пуля застряла. При минимальной скорости $2v_0$ пуля добирается до задней поверхности ровно в тот момент, когда её скорость сравнялась со скоростью дощечки: дальше они движутся вместе со скоростью u.

4. Закон сохранения импульса. Пробивание длится очень короткое время, нить длинная и за это время остаётся вертикальной, поэтому горизонтальных внешних сил нет. Закон сохранения импульса системы пуля + дощечка в проекции на горизонтальную ось x (по скорости пули):

$$m \cdot 2v_0 = (m + M)\, u \quad \Rightarrow \quad u = \frac{2mv_0}{m + M}. \qquad (2)$$



Подвешенная дощечка при минимальной скорости пули: в конце пробивания пуля и дощечка движутся с одной скоростью u.

5. Закон сохранения энергии. Начальная кинетическая энергия пули равна кинетической энергии пули и дощечки после пробивания плюс та же работа против сил сопротивления A:

$$\frac{m(2v_0)^2}{2} = \frac{(m+M)u^2}{2} + A. \qquad (3)$$

Подставим u из (2):

$$\frac{(m+M)u^2}{2} = \frac{(m+M)}{2} \cdot \frac{4m^2v_0^2}{(m+M)^2} = \frac{m\,(2v_0)^2}{2} \cdot \frac{m}{m+M}.$$

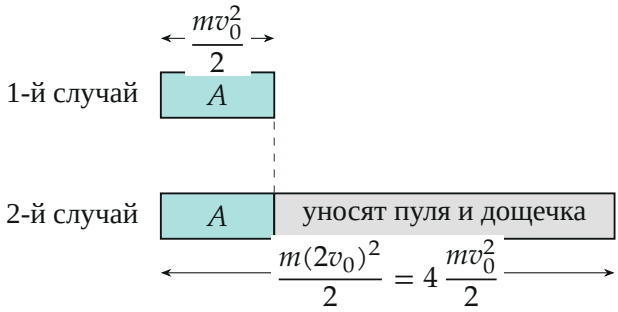
Значит, дощечка с пулей уносят долю $\dfrac{m}{m+M}$ начальной энергии, а на пробивание остаётся доля $\dfrac{M}{m+M}$:

$$\frac{m(2v_0)^2}{2} \cdot \frac{M}{m+M} = A.$$

6. Отношение масс. Разделим это равенство на (1):

$$4 \cdot \frac{M}{m+M} = 1 \quad \Rightarrow \quad m+M = 4M \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{M} = 3.$$

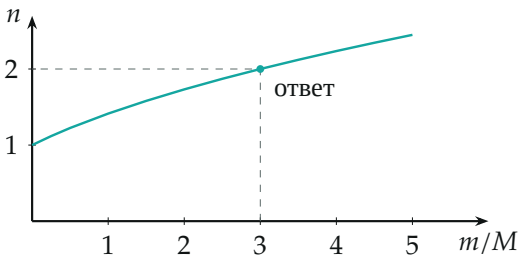
В общем виде, при скорости nv_0: $n^2\dfrac{M}{m+M} = 1$, откуда $\dfrac{m}{M} = n^2 - 1$.



Энергетический баланс: во втором случае энергия в 4 раза больше, на пробивание уходит та же A — четверть, остальные три четверти уносит движение.

Обратите внимание. Работа сил сопротивления одинакова не потому, что одинаковы скорости, а потому, что одинаков путь пули *относительно* дощечки. Путь пули относительно стола во втором случае больше, но дощечка при этом тоже едет, и в тепло переходит только работа на относительном перемещении.

Проверка. Размерность: отношение масс безразмерно. Предел: очень тяжёлая дощечка $M \to \infty$ ведёт себя как закреплённая, и формула $m/M = n^2 - 1$ даёт $n \to 1$ — скорости совпадают. Второй способ: по рисунку энергетического баланса доля, уносимая движением, равна $\frac{m}{m+M} = \frac{3}{4}$, откуда $m = 3M$. Числа: при $m = 3M$ и $= \frac{2\cdot3}{4}v_0 = 1{,}5v_0$, энергия движения $\frac{4M\cdot2{,}25v_0^2}{2} = 4{,}5Mv_0^2$, начальная $\frac{3M\cdot4v_0^2}{2} = 6Mv_0^2$, разность $1{,}5Mv_0^2 = \frac{3Mv_0^2}{2} = A$ — сходится с (1).



Во сколько раз n должна вырасти скорость пули для подвешенной дощечки: $n = \sqrt{1 + m/M}$. Значению $n = 2$ отвечает $m/M = 3$.

Ответ. $\dfrac{m}{M} = n^2 - 1 = 3$ при $n = 2$.

Смысл: чем тяжелее пуля по сравнению с дощечкой, тем охотнее она «тащит» дощечку за собой вместо того, чтобы её пробить. Здесь пуля в три раза тяжелее дощечки — лёгкая дощечка и правда «лёгкая».

У организаторов в решении взято $n = 1{,}1$ и ответ $0{,}21$ — это не согласуется с условием, где скорость $2v_0$; по условию $n = 2$.

Ответ. $\dfrac{m}{M} = n^2 - 1 = 3$ (здесь $n = 2$).