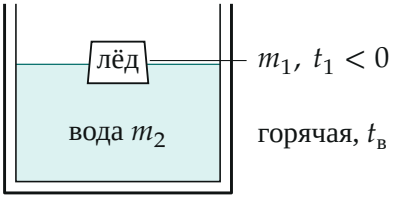
Лёд в калориметре с горячей водой

Задача 3. [ИОШ 2025/26, 9 класс, задача 3] В калориметре находится масса $m_2 = 0{,}2$ кг горячей воды. Если в калориметр поместить кусочек льда массой $m_1 = 0{,}1$ кг, охлаждённый до некоторой температуры $t_1 < 0$, в калориметре установится температура t_x, зависящая от температуры t_1, заданной в градусах Цельсия и лежащей в некотором интервале значений, по закону $t_x = (40 + 0{,}167\,t_1)$ °C. Найти теплоёмкость льда, если теплоёмкость воды равна $c_в = 4200$ Дж/(кг·град). Теплоёмкостью калориметра и теплопотерями пренебречь.



Поясняющий рисунок: в калориметр с горячей водой опускают кусок льда.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на уравнение теплового баланса с фазовым переходом. Неизвестна начальная температура воды и не знаем, чем всё закончится: льдом, водой или смесью при 0 °C. Подсказку даёт сам закон $t_x(t_1)$: конечная температура *линейно* зависит от начальной температуры льда, и наклон этой прямой выражается через теплоёмкости и массы. Сравнив наклон с числом 0,167, найдём $c_л$.

Обозначения. $c_л$ — искомая удельная теплоёмкость льда; λ — удельная теплота плавления льда; $t_в$ — начальная температура воды (неизвестна); $k = 0{,}167$ — коэффициент при t_1 в законе из условия.

1. Каким может быть конечное состояние. Три варианта.

- Смесь воды и льда. Тогда $t_x = 0$ °C при любой t_1 — а по условию t_x от t_1 зависит. Не подходит.
- Всё замёрзло, в конце лёд при $t_x < 0$ — проверим в пункте 2.
- Всё стало водой при $t_x > 0$ — проверим в пункте 3.

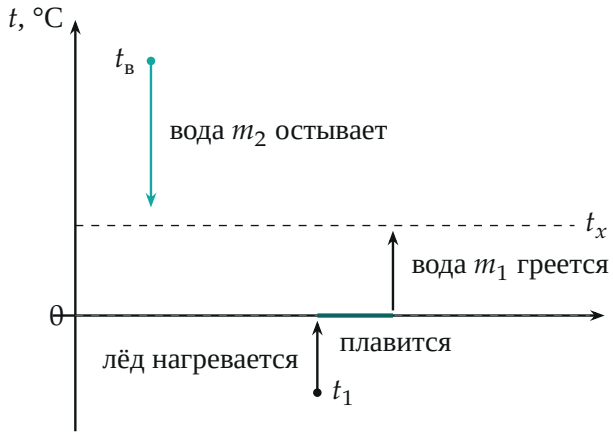
2. Если в конце лёд. Горячая вода остывает до 0 °C, замерзает и остывает как лёд до t_x; лёд нагревается от t_1 до t_x. Уравнение теплового баланса (отданное водой равно полученному льдом):

$$c_в m_2(t_в - 0) + \lambda m_2 + c_л m_2(0 - t_x) = c_л m_1(t_x - t_1).$$

Соберём слагаемые с t_x:

$$t_x = \frac{c_в m_2 t_в + \lambda m_2}{c_л(m_1 + m_2)} + \frac{m_1}{m_1 + m_2} t_1.$$

Наклон $\frac{m_1}{m_1+m_2} = \frac{0{,}1}{0{,}3} = \frac{1}{3} \approx 0{,}333 \neq 0{,}167$. Этот вариант не реализуется (к тому же свободный член положителен, а конечная температура льда должна быть отрицательной).



Ход процесса, если в конце вода: горячая вода остывает от $t_в$ до t_x; лёд нагревается до 0 °C, плавится и нагревается как вода до t_x.

3. Если в конце вода. Горячая вода остывает от $t_в$ до t_x и отдаёт теплоту. Лёд получает теплоту на три шага: нагревается от t_1 до 0 °C, плавится, получившаяся вода нагревается от 0 до t_x. Уравнение теплового баланса:

$$c_в m_2(t_в - t_x) = c_л m_1(0 - t_1) + \lambda m_1 + c_в m_1(t_x - 0).$$

Перенесём слагаемые с t_x влево:

$$c_в(m_1+m_2)\,t_x = c_в m_2 t_в - \lambda m_1 + c_л m_1 t_1,$$

$$t_x = \frac{c_в m_2 t_в - \lambda m_1}{c_в(m_1+m_2)} + \frac{c_л m_1}{c_в(m_1+m_2)}\,t_1.$$

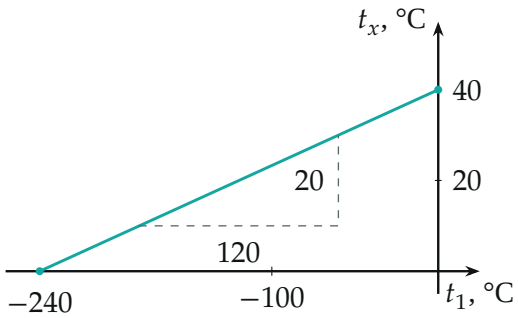
Зависимость линейная, как в условии. Знак наклона «плюс»: чем холоднее лёд (меньше t_1), тем ниже конечная температура.

4. Сравниваем с законом из условия. Коэффициенты при t_1 должны совпадать:

$$\frac{c_л m_1}{c_в(m_1+m_2)} = k \quad\Rightarrow\quad c_л = k\,\frac{m_1+m_2}{m_1}\,c_в,$$

$$c_л = 0{,}167 \cdot \frac{0{,}3}{0{,}1} \cdot 4200 \approx 2100 \text{ Дж/(кг·град)}.$$

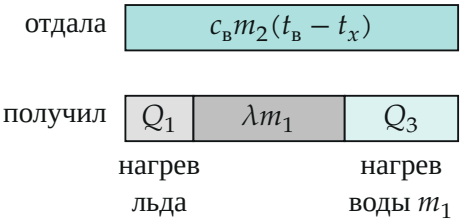
Число 0,167 — это округлённое $\frac{1}{6}$, и точно $c_л = \frac{1}{6}\cdot 3 \cdot 4200 = 2100$ Дж/(кг·град).



Закон из условия: t_x растёт линейно с t_1 с наклоном 0,167 = 20/120 (штриховой треугольник). Прямая доходит до $t_x = 0$ при $t_1 \approx -240$ °C — там начинается другой режим (в конце смесь при 0 °C), это и есть граница «некоторого интервала».

5. Где применим закон. Пока в конце вода, то есть $t_x > 0$: $40 + 0{,}167\,t_1 > 0$, $t_1 > -240$ °C. При более холодном льде часть воды за-

мёрзнет, и t_x застынет на нуле — поэтому закон и задан «в некотором интервале».



Тепловой баланс: $Q_1 = c_л m_1(0 - t_1)$ — единственное слагаемое, которое зависит от t_1 через теплоёмкость льда; оно и задаёт наклон прямой.

Обратите внимание. Конечное состояние нельзя угадывать: сначала исключаем смесь (температура не зависела бы от t_1) и «всё замёрзло» (наклон $1/3$ не совпадает с $0{,}167$), и только потом пишем баланс.

Проверка. Размерность: k безразмерен, $\frac{m_1+m_2}{m_1}$ тоже, $c_л$ — в единицах $c_в$. Табличное значение теплоёмкости льда — 2100 Дж/(кг·К), совпадает. Свободный член тоже правдоподобен: при табличном $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг условие $\frac{c_в m_2 t_в - \lambda m_1}{c_в(m_1+m_2)} = 40$ °C даёт $t_в \approx 99$ °C — воду только что вскипятили.

Ответ. $c_л = k\,\dfrac{m_1 + m_2}{m_1}\,c_в \approx 2100$ Дж/(кг·град).

Смысл: наклон зависимости $t_x(t_1)$ — это отношение «теплоёмкости» льда $c_л m_1$ к теплоёмкости всей воды в конце $c_в(m_1 + m_2)$; по наклону опыт измеряет теплоёмкость льда.

Ответ. $c_л = 0{,}167\,\dfrac{m_1 + m_2}{m_1}\,c_в \approx 2100$ Дж/(кг·град).