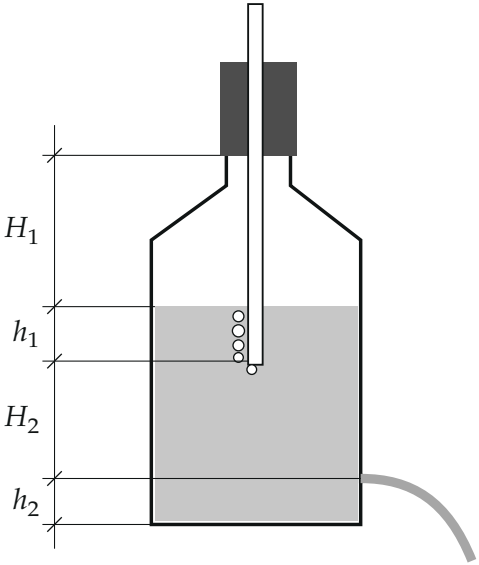
Сосуд Мариотта

Задача 4. [ИОШ 2025/26, 9 класс, задача 4] Известно, что скорость вытекания воды через маленькое отверстие из сосуда с открытой в атмосферу поверхностью равна $v = \sqrt{2gh}$, где h — высота уровня воды в сосуде. А как зависит от высоты уровня воды в сосуде скорость её вытекания через маленькую дырочку в сосуде Мариотта, который показан на рисунке? Сосуд Мариотта плотно закрыт резиновой пробкой, в которую герметично вставлена трубка, одним концом опущенная в воду, вторым выходящая в атмосферу. Все геометрические параметры сосуда и воды в нём даны на рисунке.



▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на гидростатику и истечение жидкости. Скорость вытекания из маленького отверстия задаёт *давление воды у отверстия*: насколько оно больше атмосферного, настолько вода и разгоняется. В открытом сосуде это превышение равно ρgh и падает вместе с уровнем. В сосуде Мариотта воздух над водой заперт, а давление, равное атмосферному, «привязано» не к поверхности воды, а

к нижнему концу трубки. Отсюда главная идея: скорость определяется расстоянием от конца трубки до отверстия, а не уровнем воды.

Обозначения. $p_\text{а}$ — атмосферное давление; ρ — плотность воды; p_0 — давление воздуха над водой в сосуде; h — высота уровня воды над отверстием; H_1, h_1, H_2, h_2 — как на рисунке (h_1 — глубина нижнего конца трубки под поверхностью, H_2 — высота конца трубки над отверстием).

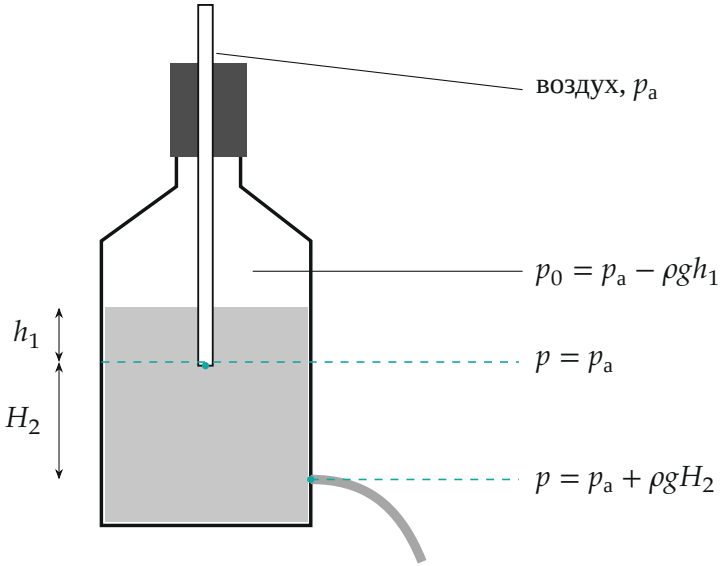
1. Откуда берётся формула $v = \sqrt{2gh}$. Маленькая порция воды массы Δm выходит из отверстия, а вода в сосуде почти неподвижна. Работа сил давления при выталкивании объёма ΔV равна $(p - p_\text{а})\Delta V$, где p — давление в воде у отверстия. По закону сохранения энергии (работа сил давления идёт в кинетическую энергию струи)

$$(p - p_\text{а})\Delta V = \frac{\Delta m\, v^2}{2} = \frac{\rho\, \Delta V\, v^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2(p - p_\text{а})}{\rho}}.$$

В открытом сосуде $p - p_\text{а} = \rho g h$, и получается $v = \sqrt{2gh}$. Значит, достаточно найти давление у отверстия.

2. Давление на конце трубки. Трубка сверху открыта в атмосферу, и воздух в ней доходит до её нижнего конца (оттуда в воду и выходят пузырьки). Пока идут пузырьки, давление воды на уровне нижнего конца трубки равно давлению воздуха в трубке:

$$p_\text{конец} = p_\text{а}.$$



Давления в сосуде Мариотта: на уровне конца трубки — атмосферное, у отверстия — больше на $\rho g H_2$, воздух над водой разрежен.

3. Давление у отверстия. От конца трубки до отверстия — столб воды высоты H_2. По основному закону гидростатики (давление в неподвижной жидкости растёт с глубиной на ρg на единицу высоты)

$$p = p_a + \rho g H_2.$$

Подставим в формулу пункта 1:

$$v = \sqrt{\frac{2\rho g H_2}{\rho}} = \sqrt{2 g H_2}.$$

Уровень воды (через h_1) сюда не входит: при вытекании уровень опускается, но столб H_2 между концом трубки и отверстием не меняется.

4. Что при этом с воздухом над водой. От поверхности воды до конца трубки — глубина h_1, поэтому

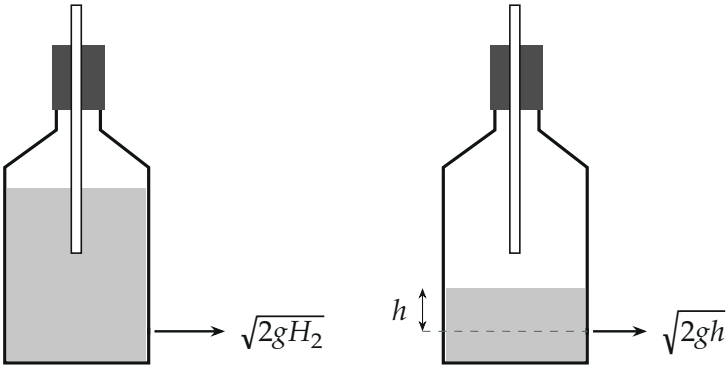
$$p_0 + \rho g h_1 = p_a \quad \Rightarrow \quad p_0 = p_a - \rho g h_1 < p_a.$$

Воздух над водой разрежен. Вода вытекает, уровень и h_1 уменьшают-

ся, p_0 растёт — за счёт пузырьков воздуха, которые входят через трубку. Давление над поверхностью само подстраивается так, что на конце трубки всегда атмосферное.

5. Когда уровень опустится ниже конца трубки. При $h < H_2$ воздух из трубки свободно проходит в сосуд, давление над водой становится атмосферным, и сосуд работает как обычный открытый:

$$v = \sqrt{2gh}.$$

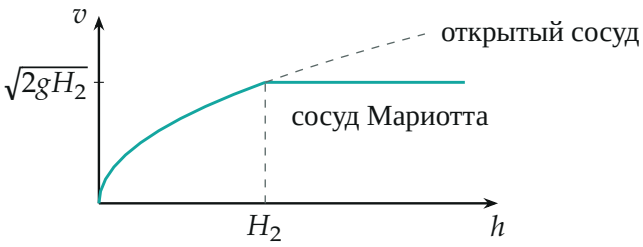


Два режима: пока конец трубки под водой, скорость постоянна; когда уровень ниже конца трубки, сосуд работает как открытый.

6. Итог как зависимость от уровня. Уровень над отверстием $h = h_1 + H_2$, и

$$v(h) = \begin{cases} \sqrt{2gH_2}, & h \geq H_2 \text{ (конец трубки в воде)}, \\ \sqrt{2gh}, & h < H_2. \end{cases}$$

В точке $h = H_2$ обе формулы дают одно значение — скорость меняется непрерывно.



Скорость вытекания в зависимости от уровня h над отверстием (по точкам $v \propto \sqrt{h}$). Штриховая — открытый сосуд: у него скорость выше и падает с уровнем.

Обратите внимание. Уровень воды в формулу не входит, но и полная высота $h_1 + H_2$ тоже: скорость задаёт только расстояние H_2 от конца трубки до отверстия. Поэтому сосуд Мариотта и применяют как источник струи постоянной скорости (капельницы, опыты с истечением).

Проверка. Размерность: $\sqrt{gH_2}$ — м/с. Предел: если опустить трубку концом до уровня отверстия ($H_2 \to 0$), давление у отверстия атмосферное и вода не течёт: $v \to 0$. Если конец трубки у самой поверхности ($h_1 \to 0$), сосуд не отличается от открытого: $v = \sqrt{2gH_2} = \sqrt{2gh}$.

Ответ. Пока нижний конец трубки в воде ($h \geq H_2$), $v = \sqrt{2gH_2}$ и от уровня не зависит; когда уровень опустится ниже конца трубки ($h < H_2$), $v = \sqrt{2gh}$.

Смысл: трубка «назначает» нижний конец своим уровнем атмосферного давления, и сосуд ведёт себя как открытый сосуд с постоянным уровнем на высоте конца трубки.

Ответ. Пока нижний конец трубки в воде, $v = \sqrt{2gH_2}$ и от уровня воды не зависит; когда уровень опустится ниже нижнего конца трубки, $v = \sqrt{2gh}$ (h — высота уровня над отверстием).