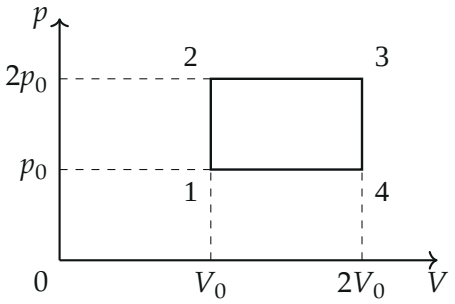
Тепловая машина поднимает груз

Задача 9. [Курчатов 2012/13, 10 класс, задача 9] Тепловая машина, использующая в качестве рабочего тела идеальный одноатомный газ, работает по циклу 1-2-3-4-1, изображенному на рисунке. Эта машина приводит в действие механизм, при помощи которого груз массой $m = 100$ кг поднимается с поверхности земли вертикально вверх с постоянной скоростью $v = 1$ м/с. Тепловая машина за один цикл работы отдает холодильнику количество теплоты $Q = 550$ Дж. Найдите длительность одного цикла машины, если на подъем груза идет $\eta = 50\%$ совершаемой ею работы.

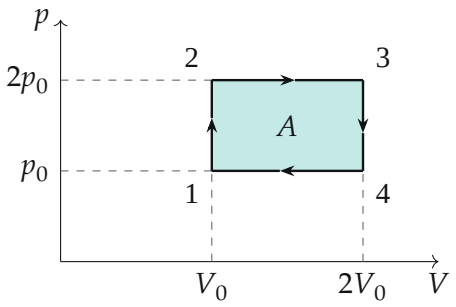


▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на цикл тепловой машины и мощность. По графику находим, какую долю теплоты, отданной холодильнику, составляет работа за цикл, — отсюда работа в джоулях. Половина этой работы за время цикла поднимает груз; мощность подъёма с постоянной скоростью mgv известна. Время цикла — полезная работа за цикл, делённая на мощность.

Обозначения. A — работа газа за цикл; Q_+ — теплота от нагревателя за цикл; $Q = 550$ Дж — теплота, отданная холодильнику; T — длительность цикла; $\nu RT_i = p_i V_i$ — уравнение Менделеева — Клапейрона в каждой вершине.

1. Работа газа за цикл. Работа за цикл — площадь, обведённая циклом на графике $p(V)$ (рисунок 2). Цикл — прямоугольник со сторонами V_0 и p_0; обход по часовой стрелке, работа положительна:

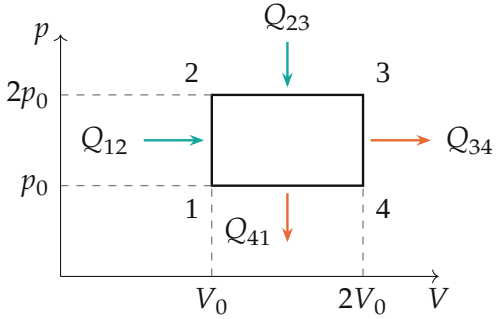
$$A = (2p_0 - p_0)(2V_0 - V_0) = p_0 V_0.$$



Цикл обходится по часовой стрелке; работа за цикл — закрашенная площадь.

2. Где газ получает и где отдаёт тепло. Для каждого участка — первый закон термодинамики $Q_{ik} = \Delta U_{ik} + A_{ik}$, внутренняя энергия одноатомного газа $U = \frac{3}{2}\nu RT = \frac{3}{2}pV$. Температуры в вершинах (pV в единицах p_0V_0): 1, 2, 4, 2 (рисунок 3).

- $1 \to 2$, изохора, давление растёт: $A_{12} = 0$, $Q_{12} = \frac{3}{2}(2p_0V_0 - p_0V_0) = \frac{3}{2}p_0V_0 > 0$ — получает.
- $2 \to 3$, изобара, объём растёт: $Q_{23} = \frac{3}{2}(4-2)p_0V_0 + 2p_0V_0 = 5p_0V_0 > 0$ — получает.
- $3 \to 4$, изохора, давление падает: $Q_{34} = \frac{3}{2}(2-4)p_0V_0 = -3p_0V_0$ — отдаёт.
- $4 \to 1$, изобара, объём уменьшается: $Q_{41} = \frac{3}{2}(1-2)p_0V_0 - p_0V_0 = -\frac{5}{2}p_0V_0$ — отдаёт.



Тепло входит на участках $1 \to 2$ *и* $2 \to 3$ *(бирюза) и уходит на* $3 \to 4$ *и* $4 \to 1$ *(морковный).*

3. Работа в джоулях. Холодильнику отдано

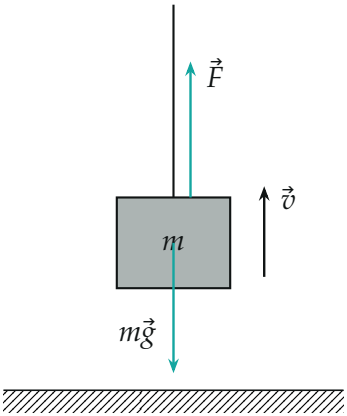
$$Q = |Q_{34}| + |Q_{41}| = 3p_0V_0 + \frac{5}{2}p_0V_0 = \frac{11}{2}p_0V_0,$$

откуда

$$A = p_0V_0 = \frac{2Q}{11} = 100 \text{ Дж}.$$

Контроль балансом энергии за цикл: $Q_+ = Q_{12} + Q_{23} = \frac{13}{2}p_0V_0 = 650$ Дж, $A = Q_+ - Q = 650 - 550 = 100$ Дж — сходится.

4. Мощность подъёма груза. Груз поднимается с постоянной скоростью, поэтому по второму закону Ньютона сила тяги механизма равна mg (рисунок 4). Мощность силы тяги $P = mgv = 100 \cdot 10 \cdot 1$ Вт $= 1000$ Вт.



Груз поднимается равномерно: сила тяги механизма $F = mg$.

5. Длительность цикла. За цикл на подъём идёт ηA; за то же время T механизм совершает работу PT:

$$\eta A = mgvT \quad \Rightarrow \quad T = \frac{\eta A}{mgv} = \frac{2\eta Q}{11\,mgv} = \frac{0{,}5 \cdot 100}{1000} \text{ с} = 0{,}05 \text{ с}.$$

Обратите внимание. $Q = 550$ Дж — теплота, отданная холодильнику, а не полученная от нагревателя. Тепло отдаётся на двух участках ($3 \to 4$ и $4 \to 1$) — нельзя забыть изобарное сжатие $4 \to 1$, где над газом ещё и совершают работу.

Ответ: $T = \dfrac{\eta A}{mgv} = \dfrac{2\eta Q}{11\,mgv} = 0{,}05$ с.

Проверка. Размерность: $\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{м/с}^2 \cdot \text{м/с}} = \dfrac{\text{Дж}}{\text{Вт}} =$ с. КПД цикла $A/Q_+ = 100/650 \approx 15\%$ меньше КПД Карно между $T_{\min} = T_1$ и $T_{\max} = T_3 = 4T_1$ (75%) — цикл возможен. Смысл: машина делает 20 циклов в секунду.

Ответ. $T = \dfrac{2\eta Q}{11\,mgv} = 0{,}05$ с.