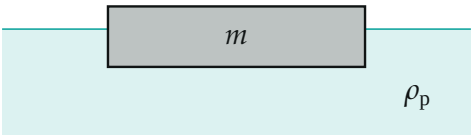
Плот переходит из реки в море

Задача 4. [Курчатов 2012/13, 7 класс, задача 4] Прямоугольный плот постоянной толщины плывет по спокойной реке, впадающей в море, на котором нет волнения. Как и на сколько изменится глубина погружения плота в воду при его переходе из реки в море? Масса плота $m = 10$ т, его площадь $S = 58$ м^2, плотности воды в реке и в море равны $\rho_р = 1000$ кг/м^3 и $\rho_м = 1030$ кг/м^3, соответственно.

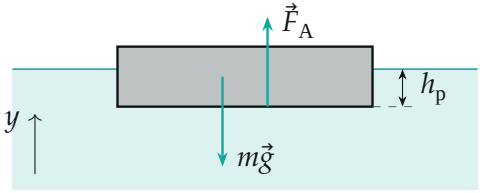


Поясняющий рисунок: плот в реке, вид сбоку.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на плавание тел. Плот плавает и в реке, и в море, значит, в обоих случаях сила Архимеда уравновешивает силу тяжести и равна одному и тому же mg. Морская вода плотнее, поэтому тот же вес она уравновешивает меньшим погружённым объёмом: плот всплывает.

Обозначения. $h_р$, $h_м$ — глубина погружения плота в реке и в море; $\Delta h = h_р - h_м$ — на сколько плот поднимется.

1. Силы, действующие на плот. На плот действуют сила тяжести $m\vec{g}$ (вниз) и сила Архимеда $\vec{F}_A$ (вверх, рисунок 2). Плот прямоугольный и постоянной толщины, поэтому погружённая часть — прямоугольный параллелепипед с основанием S и высотой h, её объём $V = Sh$.



Силы на плот в реке; ось y направлена вверх.

2. Условие плавания в реке. Плот покоится, поэтому по второму закону Ньютона в проекции на ось y (вверх)

$$F_A - mg = 0, \qquad F_A = \rho_р g S h_р \quad \Rightarrow \quad h_р = \frac{m}{\rho_р S}.$$

3. Условие плавания в море. То же уравнение, только плотность воды другая:

$$\rho_м g S h_м = mg \quad \Rightarrow \quad h_м = \frac{m}{\rho_м S}.$$

Сила Архимеда в море та же, что в реке (рисунок 3): вода другая, вес плота — тот же.



Тот же плот в реке и в море: в более плотной воде он сидит мельче.

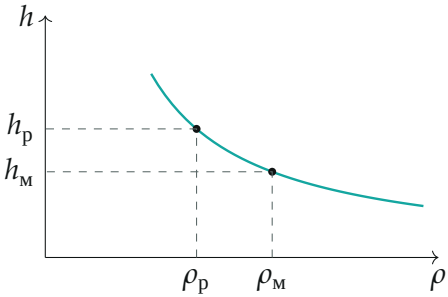
4. Изменение глубины погружения. Вычитаем:

$$\Delta h = h_р - h_м = \frac{m}{S}\left(\frac{1}{\rho_р} - \frac{1}{\rho_м}\right) = \frac{m(\rho_м - \rho_р)}{S\rho_р\rho_м}.$$

Подставляем: $h_р = \dfrac{10^4}{1000 \cdot 58}$ м $\approx 0{,}1724$ м, $h_м = \dfrac{10^4}{1030 \cdot 58}$ м $\approx 0{,}1674$ м,

$$\Delta h = \frac{10^4 \cdot 30}{58 \cdot 1000 \cdot 1030}\ \text{м} \approx 5{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{м} = 5\ \text{мм}.$$

$\Delta h > 0$: глубина погружения уменьшается, плот поднимается.



Глубина погружения обратно пропорциональна плотности воды (разница плотностей на схеме увеличена для наглядности).

Обратите внимание. Сила Архимеда при переходе в море не растёт: плот плавает, и она по-прежнему равна mg. Меняется не сила, а погружённый объём.

Ответ: глубина погружения уменьшится на $\Delta h = \dfrac{m(\rho_м - \rho_р)}{S\rho_р\rho_м} \approx 5$ мм.

Проверка. Размерность: $\dfrac{\text{кг} \cdot (\text{кг}/\text{м}^3)}{\text{м}^2 \cdot \text{кг}^2/\text{м}^6} = \text{м}$. Если плотности воды одинаковы, $\Delta h = 0$ — плот не сдвинется. Второй способ: $h_м = h_р\dfrac{\rho_р}{\rho_м}$, плот поднимается на 3% от $h_р \approx 17$ см, то есть на ≈ 5 мм.

Ответ. Уменьшится на $\Delta h = \dfrac{m(\rho_м - \rho_р)}{S\rho_р\rho_м} \approx 5$ мм (плот всплывёт).