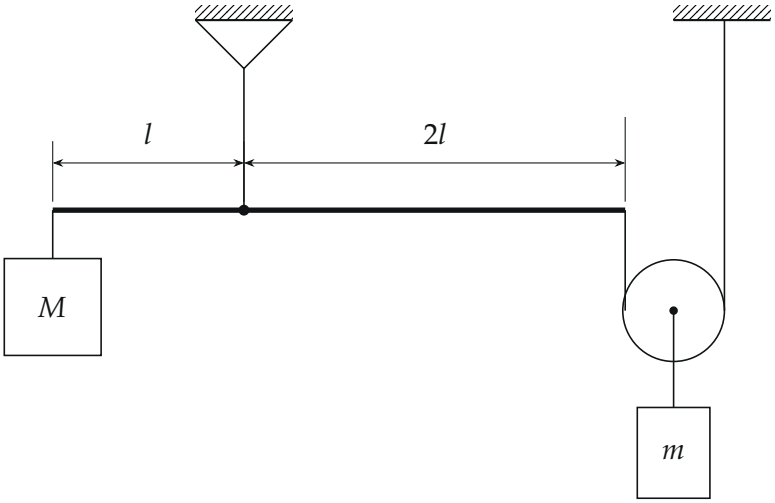
Рычаг и подвижный блок

Задача 3. [Курчатов 2013/14, 8 класс, задача 3] Какова должна быть масса левого груза M, чтобы система из невесомого рычага и идеального подвижного блока, показанная на рисунке, находилась в равновесии? Масса правого груза $m = 2$ кг.



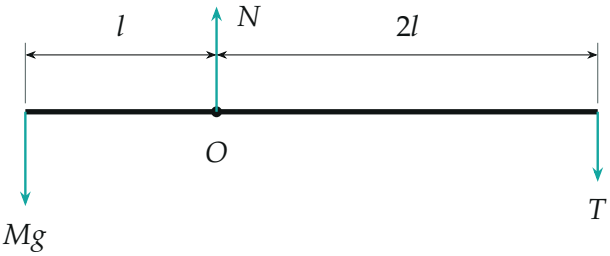
▲ **Решение. Что происходит.** Задача на равновесие рычага и подвижного блока. Связывает их одна нить: она тянет правый конец рычага вниз и, огибая блок, держит его вместе с грузом m. Натяжение T этой нити найдём двумя путями — из правила моментов для рычага (через M) и из равновесия блока (через m) — и приравняем.

Обозначения. O — точка подвеса рычага; T — натяжение нити, огибающей блок (у идеальной нити через идеальный блок оно одно по всей длине); l и $2l$ — плечи левого груза и нити относительно O.

1. Правило моментов для рычага относительно O. На невесомый рычаг действуют (рисунок 2): нить левого груза — вниз силой Mg (груз покоится, натяжение его нити равно Mg) на плече l; нить блока — вниз силой T на плече $2l$; подвес — в точке O (его момент относительно O равен нулю, поэтому эту силу не ищем). Силы вертикальны, рычаг горизонтален, плечи равны расстояниям до O. Момент Mg поворачивает

рычаг против часовой стрелки, момент T — по часовой:

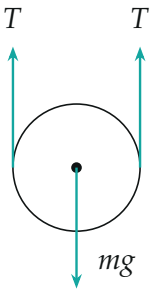
$$Mg \cdot l = T \cdot 2l \quad \Rightarrow \quad T = \frac{Mg}{2}.$$



Силы, действующие на рычаг. N — сила натяжения нити подвеса, её момент относительно O равен нулю.

2. Равновесие подвижного блока. Второй закон Ньютона для покоящегося невесомого блока с грузом в проекции на вертикаль: вверх его тянут два куска нити, по T каждый (левый идёт к рычагу, правый — к потолку); вниз — нить груза силой mg (рисунок 3):

$$2T - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad T = \frac{mg}{2}.$$

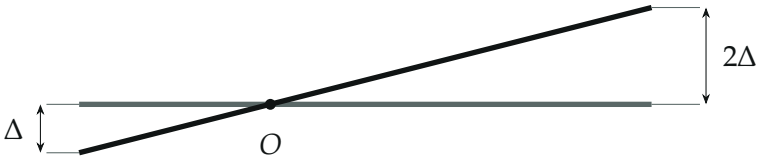


Силы, действующие на подвижный блок вместе с грузом.

3. Масса левого груза. Одна и та же нить: $\frac{Mg}{2} = \frac{mg}{2}$, откуда

$$M = m = 2 \text{ кг}.$$

Проверка вторым способом — «золотое правило механики». Сдвинем систему чуть-чуть (рисунок 4). Пусть левый груз опустился на Δ. Правый конец рычага вдвое дальше от O — он поднимется на 2Δ. Нить, огибающая блок, нерастяжима, её правый кусок привязан к потолку; кусок между рычагом и блоком укоротился на 2Δ — блок поднимется на Δ (укорочение делится поровну между двумя кусками). Груз M опустился на Δ, груз m поднялся на Δ. В равновесии работа сил тяжести при таком сдвиге равна нулю: $Mg\Delta - mg\Delta = 0$, $M = m$ — совпадает.



Малый поворот рычага (наклон преувеличен): левый конец опустился на Δ, правый поднялся на 2Δ, блок с грузом m поднимается на Δ.

Обратите внимание. Рычаг с плечами l и $2l$ вдвое *уменьшает* силу: груз M держит нить с натяжением $T = Mg/2$. Подвижный блок вдвое *увеличивает* силу: нить с натяжением T держит груз весом $2T$. Уменьшение и увеличение компенсируют друг друга, поэтому грузы равны, хотя плечи различаются вдвое.

Ответ: $M = \dfrac{2T}{g} = m = 2$ кг.

Размерность: отношение сил, умноженное на массу, — килограммы. Смысл: длинное плечо рычага и подвижный блок меняют силу в противоположные стороны в одно и то же число раз.

Ответ. $M = 2$ кг.