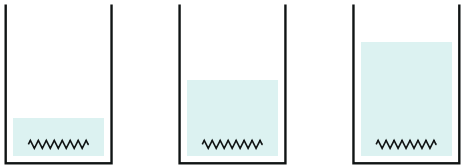
Калориметр с нагревателем и разным количеством воды

Задача 4. [Курчатов 2013/14, 8 класс, задача 4] В калориметр со встроенным электронагревателем налили 50 мл воды при комнатной температуре. Затем электронагреватель включили на 10 минут. Температура воды повысилась на 12 °C. Затем воду вылили, дождались, пока калориметр остынет до комнатной температуры, залили в него 100 мл воды и снова включили электронагреватель на 10 минут. В этот раз температура воды повысилась на 8 °C. Затем повторили то же самое, но со 150 мл воды. На сколько градусов повысилась температура воды в этом случае? Мощность электронагревателя постоянна, теплопотерями можно пренебречь.



Поясняющий рисунок: три опыта с одним калориметром и нагревателем, 10 минут каждый.

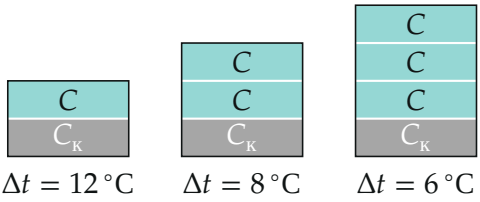
▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на уравнение теплового баланса. За 10 минут нагреватель постоянной мощности выделяет одно и то же количество теплоты Q, и при отсутствии потерь всё оно идёт на нагрев воды *и самого калориметра* — он прогревается вместе с водой. Теплоёмкость калориметра неизвестна, но её даёт сравнение двух первых опытов.

Обозначения. $C_к$ — теплоёмкость калориметра (с нагревателем), C — теплоёмкость 50 мл воды; тогда 100 мл воды имеют теплоёмкость $2C$, а 150 мл — $3C$. $\Delta t_1 = 12\,°\text{C}$, $\Delta t_2 = 8\,°\text{C}$, Δt_3 — искомое.

1. Одинаковая теплота. Нагреватель мощности P работает $\tau = 10$ мин, поэтому $Q = P\tau$ одинаково во всех опытах. Каждый опыт начинается с комнатной температуры, калориметр и вода нагреваются на одно

и то же Δt. Уравнение теплового баланса (теплота нагревателя = нагрев калориметра + нагрев воды) для первых двух опытов:

$$Q = (C_к + C)\,\Delta t_1 = (C_к + 2C)\,\Delta t_2.$$



Теплоёмкость системы в трёх опытах: калориметр $C_к = C$ (найдём в пункте 2) и одна, две, три порции воды по C. Одна и та же теплота Q делится на всё большую теплоёмкость.

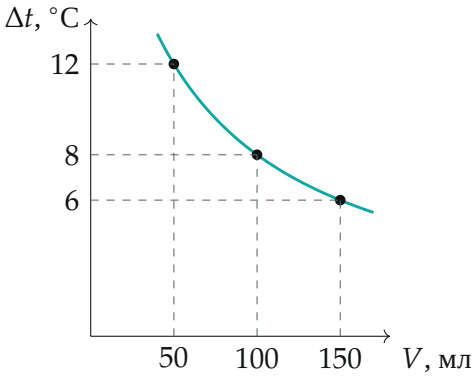
2. Теплоёмкость калориметра. Раскрываем скобки:

$$12C_к + 12C = 8C_к + 16C \quad \Longrightarrow \quad C_к = C.$$

Калориметр нагревается так же «трудно», как 50 мл воды. Тогда $Q = 2C \cdot 12\,^\circ\text{C} = 24C\,^\circ\text{C}$.

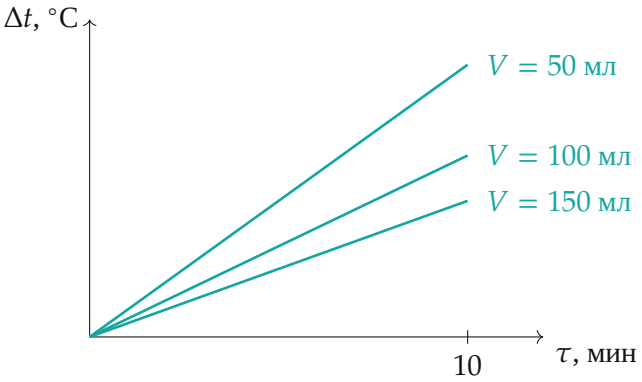
3. Третий опыт. Тот же баланс:

$$Q = (C_к + 3C)\,\Delta t_3 \quad \Longrightarrow \quad \Delta t_3 = \frac{(C_к + C)\,\Delta t_1}{C_к + 3C} = \frac{2C \cdot 12\,^\circ\text{C}}{4C} = 6\,^\circ\text{C}.$$



Нагрев за 10 минут в зависимости от объёма воды: $\Delta t = 24\,^\circ\mathrm{C}/(1 + V/50\ \text{мл})$, построено по вычисленным точкам. Два первых опыта задают кривую, третий — на ней.

Второй способ (через «лишнюю» теплоту). При переходе от 50 к 100 мл добавилась теплоёмкость C. Если бы калориметра не было, нагрев упал бы вдвое, с 12 до 6 °C; на деле до 8 °C — значит, $C_к$ заметна. Из $\Delta t \propto 1/(C_к + nC)$: $\dfrac{12}{8} = \dfrac{C_к + 2C}{C_к + C}$, откуда снова $C_к = C$, и $\Delta t_3 = 12 \cdot \dfrac{2}{4} = 6\,^\circ\mathrm{C}$.



Нагрев во времени: при постоянной мощности температура растёт линейно, наклон обратно пропорционален теплоёмкости $C_к + nC$.

Обратите внимание. Нагрев не обратно пропорционален объёму воды (12 → 8, а не 12 → 6): часть теплоты всегда уходит на калориметр. Именно поэтому опыты начинают с остывшего калориметра — иначе его начальная температура была бы другой.

Ответ:

$$\Delta t_3 = \frac{(C_к + C)\,\Delta t_1}{C_к + 3C} = \frac{\Delta t_1\,\Delta t_2}{2\Delta t_1 - \Delta t_2} = \frac{12 \cdot 8}{24 - 8}\,^\circ\mathrm{C} = 6\,^\circ\mathrm{C}.$$

Проверка. Предел: если бы калориметр ничего не забирал ($C_к = 0$), из первого опыта получили бы $\Delta t_3 = 12/3 = 4\,^\circ\mathrm{C}$; у нас больше, потому что доля теплоты калориметра с ростом воды уменьшается. Подстановка: $Q = 2C \cdot 12 = 3C \cdot 8 = 4C \cdot 6 = 24C$ — во всех трёх опытах одно и то же.

Ответ. На 6 °C.