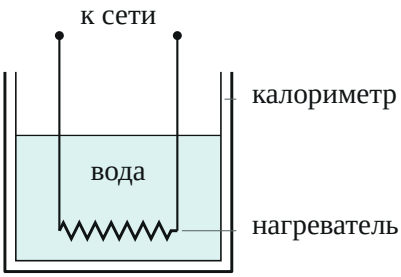
Калориметр с нагревателем и разным количеством воды

Задача 1. [Курчатов 2013/14, 9 класс, задача 1] В калориметр со встроенным электронагревателем налили 50 мл воды при комнатной температуре. Затем электронагреватель включили на 10 минут. Температура воды повысилась на 12 °C. Затем воду вылили, дождались, пока калориметр остынет до комнатной температуры, залили в него 100 мл воды и снова включили электронагреватель на 10 минут. В этот раз температура воды повысилась на 8 °C. Затем повторили то же самое, но со 150 мл воды. На сколько градусов повысилась температура воды в этом случае? Мощность электронагревателя постоянна, теплопотерями можно пренебречь.



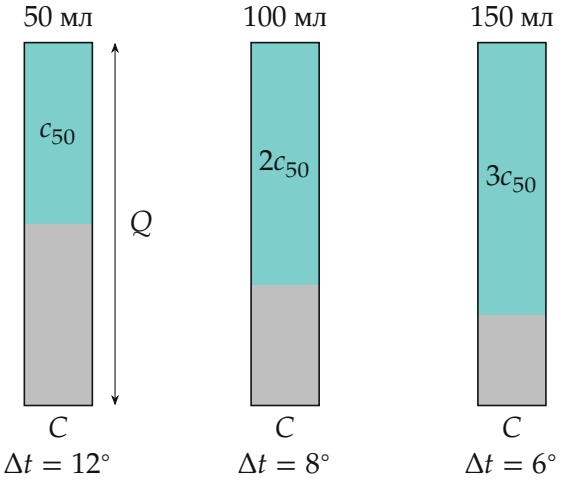
Поясняющий рисунок: калориметр со встроенным нагревателем.

▲ **Решение. Что происходит.** Задача на уравнение теплового баланса. За 10 минут нагреватель постоянной мощности каждый раз отдаёт одно и то же количество теплоты Q. Потерь нет, поэтому всё Q идёт на нагрев воды *и самого калориметра* — калориметр нагревается вместе с водой на те же градусы. Его теплоёмкость неизвестна, но два опыта дают два уравнения: из них находим теплоёмкость калориметра, а затем отвечаем на вопрос.

Обозначения. Q — теплота от нагревателя за 10 минут; C — теплоёмкость калориметра (теплота на 1 °C); c_{50} — теплоёмкость 50 мл воды, тогда у 100 мл она $2c_{50}$, у 150 мл — $3c_{50}$; $\Delta t_1 = 12$ °C, $\Delta t_2 = 8$ °C, Δt_3 — искомое.

1. Уравнение теплового баланса для каждого опыта. Калориметр и вода начинают с комнатной температуры и нагреваются на одно и то же Δt (рисунок 2):

$$Q = (C + c_{50})\,\Delta t_1, \qquad Q = (C + 2c_{50})\,\Delta t_2, \qquad Q = (C + 3c_{50})\,\Delta t_3.$$



Одна и та же теплота Q (полная высота столбика) делится между калориметром (серое) и водой (бирюзовое). Доли посчитаны по ответу.

2. Теплоёмкость калориметра. Приравниваем первые два выражения для Q:

$$(C + c_{50}) \cdot 12 = (C + 2c_{50}) \cdot 8,$$
$$12C + 12c_{50} = 8C + 16c_{50} \quad \Rightarrow \quad 4C = 4c_{50} \quad \Rightarrow \quad C = c_{50}.$$

Калориметр нагревается так же «трудно», как 50 мл воды.

3. Третий опыт. Из первого и третьего уравнений

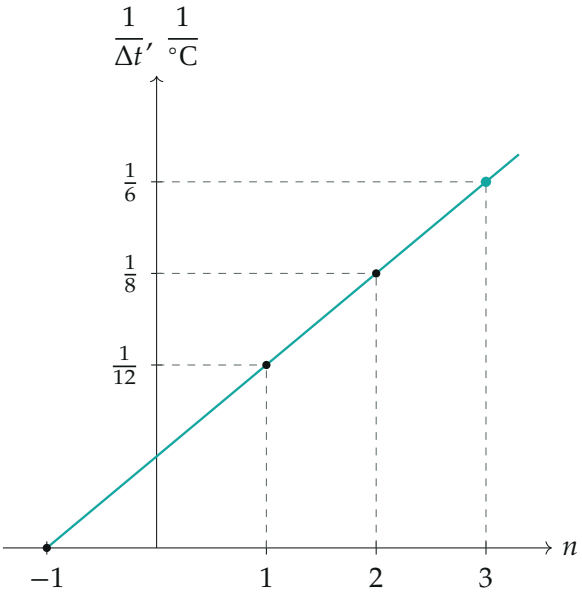
$$\Delta t_3 = \frac{Q}{C + 3c_{50}} = \frac{(C + c_{50})\,\Delta t_1}{C + 3c_{50}} = \frac{2c_{50} \cdot 12\,^\circ\mathrm{C}}{4c_{50}} = 6\,^\circ\mathrm{C}.$$

Проверка вторым способом. Из $Q = (C + c_{50}n)\,\Delta t$, где n — объём

воды в единицах 50 мл, следует

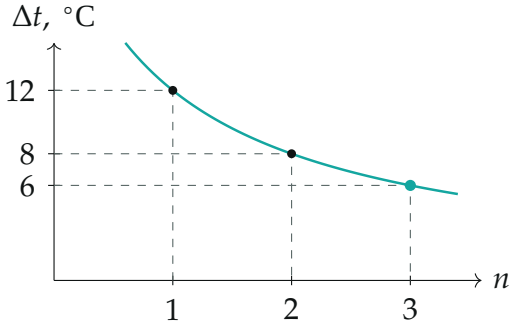
$$\frac{1}{\Delta t} = \frac{C}{Q} + \frac{c_{50}}{Q}\,n$$

— величина $1/\Delta t$ растёт с объёмом воды *линейно*. Две известные точки: $1/12$ при $n = 1$ и $1/8$ при $n = 2$, шаг на одну порцию $\frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{1}{24}$. При $n = 3$: $\frac{1}{8} + \frac{1}{24} = \frac{1}{6}$, то есть $\Delta t_3 = 6\,^\circ\mathrm{C}$ (рисунок 3). Прямая пересекает ось при $n = -1$: калориметр равноценен одной порции воды, как и в шаге 2.



$1/\Delta t$ линейно зависит от числа порций воды n по 50 мл. Чёрные точки — опыты, бирюзовая — третий опыт.

4. Как растёт вода — как падает нагрев. Для наглядности — сама зависимость $\Delta t = \dfrac{24\,^\circ\mathrm{C}}{n+1}$ (рисунок 4): 12, 8, 6 °C при $n = 1, 2, 3$. Нагрев падает медленнее, чем обратно пропорционально объёму воды, — потому что часть теплоты всегда уходит на калориметр.



Нагрев воды за 10 минут в зависимости от числа порций воды n.

Обратите внимание. Ответ «$12 \cdot \frac{50}{150} = 4\,^\circ\text{C}$» неверен: он забывает калориметр. Тот получает свою долю теплоты в каждом опыте, и без него два первых опыта друг другу противоречат ($12 \cdot 50 \neq 8 \cdot 100$).

Ответ: $\Delta t_3 = \dfrac{(C + c_{50})\,\Delta t_1}{C + 3c_{50}} = 6\,^\circ\text{C}$.

Размерность: отношение теплоёмкостей безразмерно, умноженное на градусы — градусы. Смысл: калориметр по теплоёмкости равен 50 мл воды, поэтому три опыта — это нагрев «2, 3, 4 порций» одной и той же теплотой.

Ответ. На 6 °C.