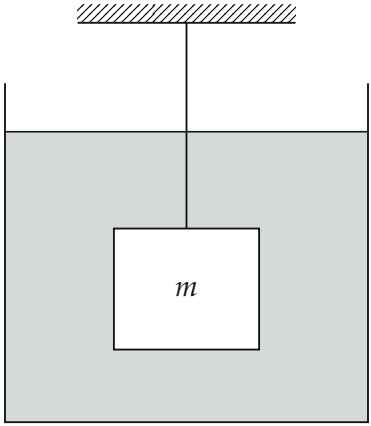
Аккумулятор: плотность, теплоёмкость, нагрев

Задача 3. [Курчатов 2014/15, 10 класс, задача 3] Аккумулятор массой 5 кг, имеющий ЭДС 5 В, опустили полностью в дистиллированную воду на прочной нити, которая оказалась натянутой с силой 5 Н. Если этому аккумулятору (без воды) сообщить количество теплоты 5 кДж, то он нагреется на 5 градусов. Когда же к этому аккумулятору подключили резистор, через него потек ток силой 5 А, напряжение на выводах аккумулятора уменьшилось на 5 %, и через 5 минут аккумулятор немного нагрелся. Найдите:

1. среднюю плотность ρ аккумулятора;
2. среднюю удельную теплоёмкость c аккумулятора;
3. сопротивление R резистора;
4. изменение температуры Δt аккумулятора после 5 минут работы с нагрузкой, если потерями теплоты можно пренебречь.

Плотность воды $\rho_0 = 1{,}0$ г/см^3, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



Поясняющий рисунок: аккумулятор на нити целиком в воде.

▲ **Решение. Что происходит.** Задача из четырёх независимых пунктов. 1) Равновесие тела в воде: нить, сила тяжести и сила Архимеда. 2) Определение удельной теплоёмкости. 3) Закон Ома: напряжение на выводах

— это напряжение на резисторе. 4) Аккумулятор греется теплотой, выделяющейся на его *внутреннем* сопротивлении; теплота резистора уходит наружу.

Обозначения. $m = 5$ кг, $\mathscr{E} = 5$ В, $T = 5$ Н — натяжение нити, $Q_0 = 5$ кДж и $\Delta t_0 = 5$ градусов — данные о нагреве, $I = 5$ А, U — напряжение на выводах, r — внутреннее сопротивление, $\tau = 5$ мин $= 300$ с, V — объём аккумулятора.

Пункт 1. Плотность. Аккумулятор покоится. Второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось вверх (рисунок 2):

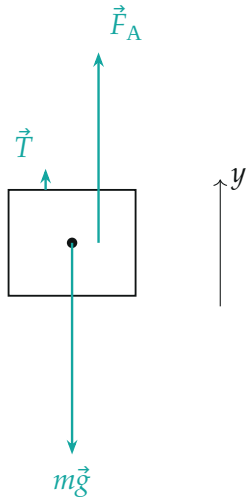
$$T + F_A - mg = 0, \qquad F_A = \rho_0 g V, \qquad V = \frac{m}{\rho}.$$

Отсюда

$$T = mg\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho_0}{\rho} = 1 - \frac{T}{mg} = 1 - \frac{5}{50} = 0{,}9,$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{0{,}9} \approx 1{,}1 \text{ г/см}^3.$$

Знак: $\rho > \rho_0$ — аккумулятор тонет, нить натянута, как и в условии.



Силы на аккумулятор: тяжесть 50 *Н, сила Архимеда* 45 *Н, натяжение* 5 *Н (длины стрелок в масштабе).*

Пункт 2. Теплоёмкость. По определению удельной теплоёмкости $Q_0 = cm\Delta t_0$:

$$c = \frac{Q_0}{m\Delta t_0} = \frac{5000}{5 \cdot 5} = 200 \ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}.$$

Пункт 3. Сопротивление резистора. Напряжение на выводах уменьшилось на 5 % от ЭДС (без нагрузки на выводах $\mathcal{E}$):

$$U = 0{,}95\,\mathcal{E} = 4{,}75 \text{ В}.$$

Резистор подключён к выводам, поэтому по закону Ома для участка цепи

$$R = \frac{U}{I} = \frac{4{,}75}{5} = 0{,}95 \text{ Ом}.$$

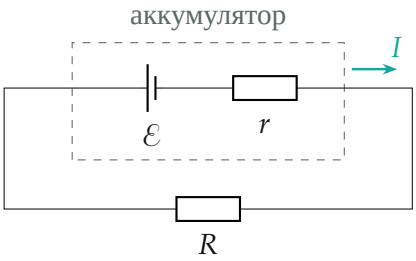


Схема: аккумулятор — ЭДС $\mathcal{E}$ *и внутреннее сопротивление* r*; к выводам подключён резистор* R*.*

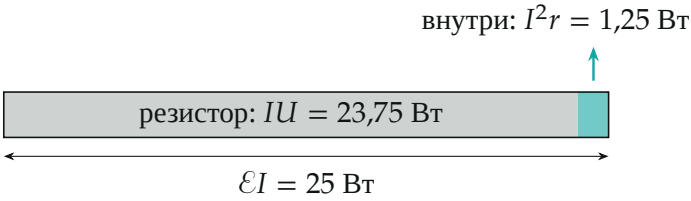
Пункт 4. Нагрев. Закон Ома для полной цепи: $\mathcal{E} - U = Ir$, внутреннее сопротивление $r = \dfrac{0{,}25}{5} = 0{,}05$ Ом. На нём выделяется мощность (закон Джоуля — Ленца)

$$P_r = I^2 r = I(\mathcal{E} - U) = 5 \cdot 0{,}25 = 1{,}25 \text{ Вт},$$

она и идёт на нагрев аккумулятора; мощность $IU = 23{,}75$ Вт выделяется в резисторе (рисунок 4). За $\tau = 300$ с аккумулятор получит

$Q = P_r\tau = 375$ Дж; уравнение теплового баланса без потерь $Q = cm\Delta t$:

$$\Delta t = \frac{I(\mathcal{E} - U)\tau}{cm} = \frac{375}{200 \cdot 5} = 0{,}375 \text{ градуса.}$$



Мощность источника $\mathcal{E}I$ делится: 95 % — в резисторе, 5 % — внутри аккумулятора (её доля в масштабе).

Обратите внимание. Нагревает аккумулятор только мощность на его внутреннем сопротивлении, а не вся мощность $\mathcal{E}I = 25$ Вт: с ней получилось бы 7,5 градуса.

Ответ: 1) $\rho = \dfrac{\rho_0}{1 - T/(mg)} \approx 1{,}1$ г/см^3; 2) $c = \dfrac{Q_0}{m\Delta t_0} = 200$ Дж/(кг·град); 3) $R = \dfrac{0{,}95\mathcal{E}}{I} = 0{,}95$ Ом; 4) $\Delta t = \dfrac{0{,}05\,\mathcal{E}I\tau}{cm} = 0{,}375$ градуса.

Проверка. Пункт 1 вторым способом: объём $V = \dfrac{mg - T}{\rho_0 g} = \dfrac{45}{10^4} = 4{,}5$ л, $\rho = \dfrac{5 \text{ кг}}{4{,}5 \text{ л}} \approx 1{,}11$ г/см^3 — то же. Пункт 4: размерность $\dfrac{\text{А} \cdot \text{В} \cdot \text{с}}{\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{град}) \cdot \text{кг}} = \text{град}$; доля 5 % мощности — те же 5 %, на которые упало напряжение. Смысл: хороший аккумулятор почти всю энергию отдаёт нагрузке и греется слабо.

Ответ. 1) $\rho \approx 1{,}1$ г/см^3; 2) $c = 200 \dfrac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$; 3) $R = 0{,}95$ Ом; 4) $\Delta t = 0{,}375\,^\circ$C.