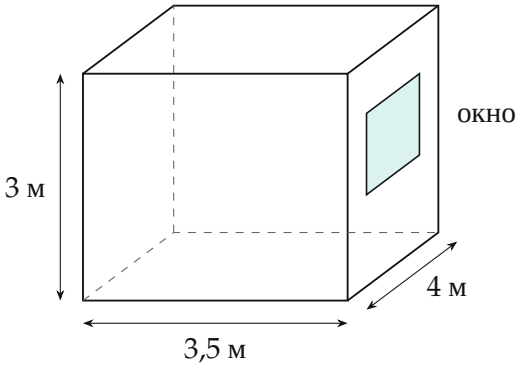
Проветривание комнаты

Задача 5. [Курчатов 2014/15, 7 класс, задача 5] Плотность воздуха при постоянном давлении обратно пропорциональна его абсолютной температуре T и при температуре 0 °C равна 1,3 кг/м^3. В Васиной комнате было очень жарко — комнатный термометр показывал +27 °C. Поэтому, придя домой, Вася открыл окно, чтобы проветрить помещение, и отправился гулять. Вернувшись, он увидел, что термометр показывает всего +10 °C. Комната имеет размеры (в длину, ширину и высоту) 3,5 м × 4 м × 3 м. Насколько увеличилась масса воздуха в комнате после такого проветривания?

Примечание: абсолютная температура T измеряется в кельвинах (K) и рассчитывается по формуле $T = t + 273$ град, где t — температура, выраженная в градусах Цельсия.



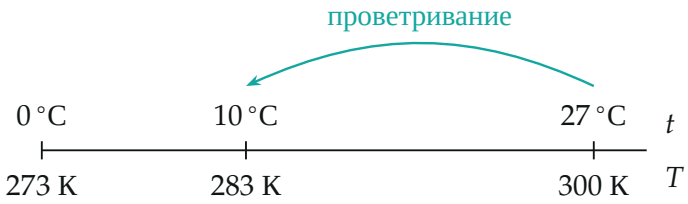
Поясняющий рисунок: комната 3,5 × 4 × 3 м с окном.

▲ **Решение. Что происходит.** Через открытое окно воздух в комнате перемешивается с уличным при одном и том же атмосферном давлении. Объём комнаты не меняется, а воздух остыл и стал плотнее: в тот же объём теперь входит больше воздуха, лишний зашёл с улицы. Главная идея: масса воздуха в комнате $M = \rho V$, а плотность при постоянном давлении обратно пропорциональна T.

Обозначения. V — объём комнаты; $T_0 = 273$ К, $\rho_0 = 1{,}3$ кг/м^3 — данные при 0 °C; T_1, ρ_1, M_1 — температура, плотность и масса воздуха до проветривания; T_2, ρ_2, M_2 — после.

1. Абсолютные температуры. По формуле из примечания $T = t + 273$:

$$T_1 = 27 + 273 = 300\ \text{К}, \qquad T_2 = 10 + 273 = 283\ \text{К}.$$



Шкалы Цельсия и Кельвина сдвинуты на 273 градуса; разность температур в них одна и та же: 17 градусов.

2. Плотность при любой температуре. «Плотность обратно пропорциональна T» значит, что произведение ρT одно и то же при любой температуре (давление постоянно). Значит,

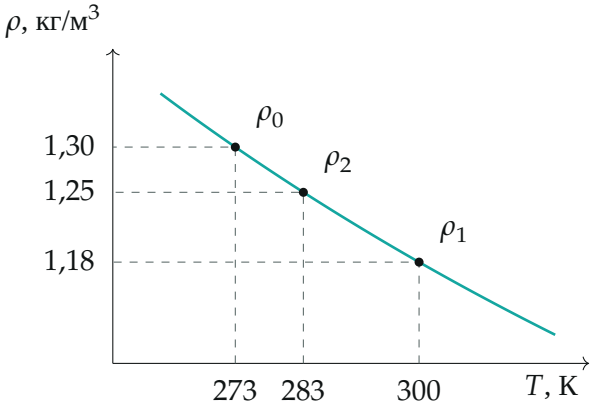
$$\rho T = \rho_0 T_0 \quad \Rightarrow \quad \rho = \rho_0 \frac{T_0}{T}.$$

Постоянная $\rho_0 T_0 = 1{,}3 \cdot 273 \approx 355$ кг·К/м^3. Отсюда

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{T_0}{T_1} = 1{,}3 \cdot \frac{273}{300} \approx 1{,}183\ \text{кг/м}^3,$$

$$\rho_2 = \rho_0 \frac{T_0}{T_2} = 1{,}3 \cdot \frac{273}{283} \approx 1{,}254\ \text{кг/м}^3.$$

Чем холоднее, тем плотнее воздух (рисунок 2): $\rho_2 > \rho_1$.



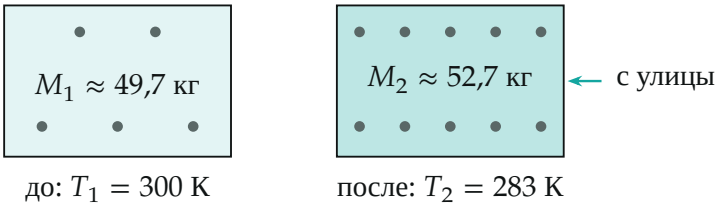
Плотность воздуха $\rho = \rho_0 T_0/T$ (гипербола, построена по точкам). Отмечены $0\,^\circ C$, $10\,^\circ C$ и $27\,^\circ C$.

3. Объём комнаты. Комната — прямоугольный параллелепипед:

$$V = 3{,}5 \cdot 4 \cdot 3 = 42 \text{ м}^3.$$

4. Массы до и после. Масса воздуха в комнате — плотность, умноженная на объём:

$$M_1 = \rho_1 V \approx 1{,}183 \cdot 42 \approx 49{,}7 \text{ кг}, \qquad M_2 = \rho_2 V \approx 1{,}254 \cdot 42 \approx 52{,}7 \text{ кг}.$$



Тот же объём V после проветривания: воздух плотнее, недостающая масса ΔM пришла с улицы через окно.

5. Прирост массы. Неизвестным осталась разность масс:

$$\Delta M = M_2 - M_1 = \rho_0 T_0 V \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) =$$
$$= 1{,}3 \cdot 273 \cdot 42 \cdot \left(\frac{1}{283} - \frac{1}{300}\right) \approx 3{,}0 \text{ кг}.$$

Знак плюс: масса воздуха в комнате увеличилась.

Обратите внимание. Плотность обратно пропорциональна *абсолютной* температуре. Если подставить градусы Цельсия (27 и 10), получится отношение плотностей 2,7 вместо 1,06 — бессмысленный результат.

Ответ: $\Delta M = \rho_0 T_0 V \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) \approx 3$ кг.

Проверка. Размерность: $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \text{К} \cdot \text{м}^3 \cdot \frac{1}{\text{К}} = \text{кг}$. Второй способ — через относительное изменение: $\frac{\Delta M}{M_1} = \frac{T_1}{T_2} - 1 = \frac{17}{283} \approx 0{,}06$, и $0{,}06 \cdot 49{,}7 \approx 3$ кг. При $T_2 = T_1$ прирост равен нулю, как и должно быть. Смысл: остыв на 17 градусов, воздух сжался примерно на 6 %, и в комнату вошло около трёх килограммов уличного воздуха.

Ответ. Масса воздуха увеличилась примерно на 3 кг.