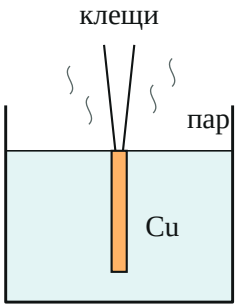
Раскалённая пластина в воде

Задача 4. [Курчатов 2014/15, 8 класс, задача 4] Литр воды имеет комнатную температуру 20 °C и находится в открытом сверху тонкостенном сосуде. В воду быстро (за время меньше чем 1 с) опустили разогретую до 800 °C тонкую медную плоскую пластину массой 0,64 кг, удерживая её клещами. Пластина лежит в вертикальной плоскости. Верхний край пластины оказался вровень с уровнем воды в сосуде. Движениями пластины воду перемешали и сразу же опустили в воду термометр. Что он показал? Удельная теплоёмкость меди 0,38 кДж/(кг·°C), воды — 4,2 кДж/(кг·°C), удельная теплота парообразования воды 2,3 МДж/кг.

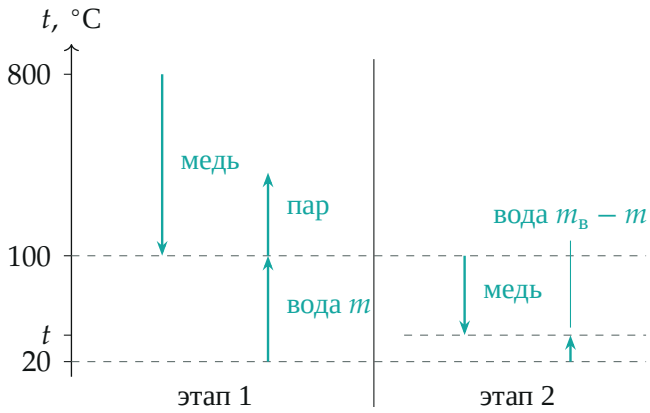


Поясняющий рисунок: раскалённая медная пластина целиком в воде, вокруг неё вода вскипает, пар уходит из открытого сосуда.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на уравнение теплового баланса с фазовым переходом. Пластина нагрета гораздо выше 100 °C. Вода, касающаяся её, мгновенно закипает; пар уходит из открытого сосуда и уносит с собой теплоту парообразования. Так продолжается, пока пластина не остынет до 100 °C: ниже кипеть воде не от чего. Остаток теплоты пластина отдаёт уже оставшейся воде, и после перемешивания устанавливается общая температура t. Если про испарение забыть, получится около 63 °C — совсем другой ответ.

Обозначения. $m_в = 1$ кг — масса литра воды; $M = 0{,}64$ кг — масса пластины; $c_м = 0{,}38$ кДж/(кг·°C), $c_в = 4{,}2$ кДж/(кг·°C); $L = 2{,}3$ МДж/кг; $t_0 = 20$ °C, $t_п = 800$ °C, $t_к = 100$ °C; m — масса испарившейся воды; t

— показание термометра. Теплоёмкостью тонкого сосуда и потерями в воздух за короткое время пренебрегаем.



Два этапа (шкала температур не в масштабе). Этап 1: пластина остывает от 800 до 100 °C, вода массы m нагревается до кипения и испаряется. Этап 2: пластина и оставшаяся вода приходят к общей температуре t.

1. Этап 1: сколько воды испарилось. Уравнение теплового баланса: теплота, отданная пластиной при остывании от $t_\text{п}$ до $t_\text{к}$, идёт на нагрев воды массы m от t_0 до кипения и на её испарение:

$$c_\text{м}M(t_\text{п} - t_\text{к}) = m(c_\text{в}(t_\text{к} - t_0) + L),$$

$$m = \frac{c_\text{м}M(t_\text{п} - t_\text{к})}{c_\text{в}(t_\text{к} - t_0) + L} = \frac{0{,}38 \cdot 0{,}64 \cdot 700}{4{,}2 \cdot 80 + 2300}\ \text{кг} = \frac{170{,}2}{2636}\ \text{кг} \approx 0{,}065\ \text{кг}.$$

В сосуде осталось $m_\text{в} - m \approx 0{,}935$ кг воды при 20 °C (у пластины вода кипит, но масса нагретой и не испарившейся воды мала, и после перемешивания она входит в общий баланс этапа 2).

2. Этап 2: общая температура. Уравнение теплового баланса для пластины (100 °C → t) и оставшейся воды (20 °C → t):

$$c_\text{м}M(t_\text{к} - t) = c_\text{в}(m_\text{в} - m)(t - t_0),$$

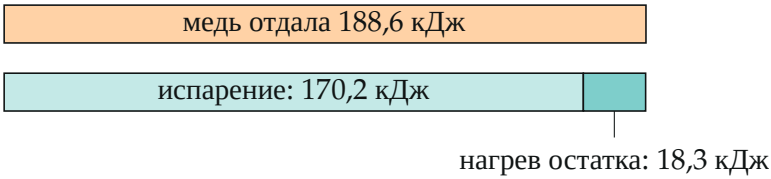
$$t = \frac{c_\text{в}(m_\text{в} - m)\,t_0 + c_\text{м}M\,t_\text{к}}{c_\text{в}(m_\text{в} - m) + c_\text{м}M},$$

$$t = \frac{4{,}2 \cdot 0{,}935 \cdot 20 + 0{,}243 \cdot 100}{4{,}2 \cdot 0{,}935 + 0{,}243}\ ^\circ\text{C} \approx 24{,}7\ ^\circ\text{C}.$$

3. Второй способ — баланс за весь процесс. Всё тепло, отданное медью при остывании от 800 °C до t, ушло на испарённую воду и на нагрев оставшейся (рисунок 3):

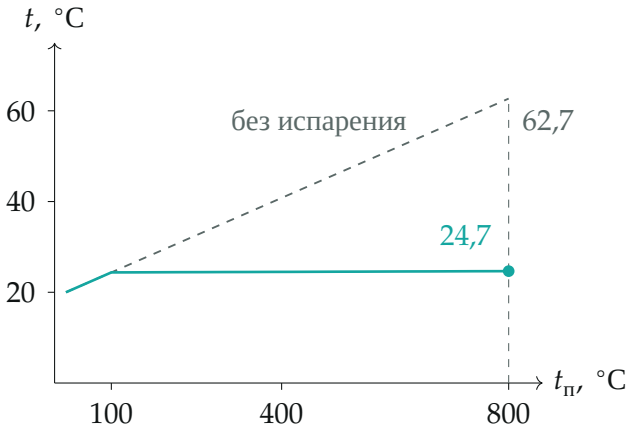
$$c_\text{м} M(t_\text{п} - t) = m(c_\text{в}(t_\text{к} - t_0) + L) + c_\text{в}(m_\text{в} - m)(t - t_0).$$

При $t = 24{,}7\ ^\circ\text{C}$: слева 188,6 кДж, справа 170,2 + 18,3 = 188,5 кДж — сходится.



Куда ушла теплота пластины: почти всё — на испарение 65 г воды, на нагрев оставшегося литра — меньше десятой части.

Как ответ зависит от начальной температуры пластины $t_\text{п}$ — на рисунке 4 (расчёт по тем же формулам). До 100 °C воде нечего испарять, и температура растёт по прямой; выше — почти вся добавочная теплота уходит в пар, и график идёт очень полого. Пунктир — что было бы без испарения.



Показание термометра в зависимости от начальной температуры пластины: сплошная — с испарением, пунктир — без него.

Обратите внимание. Пар уходит из открытого сосуда и уносит теплоту L на каждый килограмм — это главная часть энергии пластины. Испарение прекращается не при остывании воды, а когда остывает до 100 °C *пластина*.

Ответ:

$$t = \frac{c_в(m_в - m)\,t_0 + c_м M\,t_к}{c_в(m_в - m) + c_м M},$$

$$m = \frac{c_м M(t_п - t_к)}{c_в(t_к - t_0) + L}; \qquad t \approx 24{,}7\ ^\circ\text{C}.$$

Проверка. Размерность: в m кДж делятся на кДж/кг — килограммы; t — взвешенное среднее температур t_0 и $t_к$, поэтому $20\ ^\circ\text{C} < t < 100\ ^\circ\text{C}$. Предел $t_п \to 100\ ^\circ\text{C}$: $m \to 0$, и $t = \dfrac{4{,}2 \cdot 20 + 0{,}243 \cdot 100}{4{,}2 + 0{,}243} \approx 24{,}4\ ^\circ\text{C}$ — почти то же, что при 800 °C: лишние 700 градусов пластины ушли в пар. Второй способ (шаг 3) даёт тот же баланс энергии.

Ответ. $t \approx 24{,}7\ ^\circ\text{C}$.