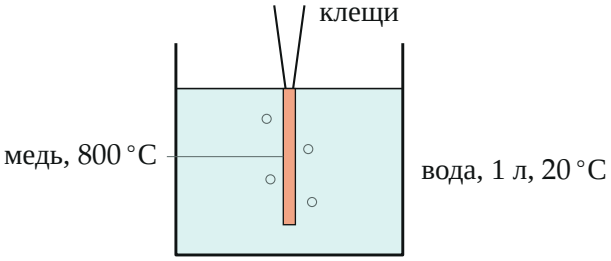
Раскалённая пластина в воде

Задача 3. [Курчатов 2014/15, 9 класс, задача 3] Литр воды имеет комнатную температуру 20 °C и находится в открытом сверху тонкостенном сосуде. В воду быстро (за время меньше чем 1 с) опустили разогретую до 800 °C тонкую медную плоскую пластину массой 0,64 кг, удерживая её клещами. Пластина лежит в вертикальной плоскости. Верхний край пластины оказался вровень с уровнем воды в сосуде. Движениями пластины воду перемешали и сразу же опустили в воду термометр. Что он показал? Удельная теплоёмкость меди 0,38 кДж/(кг·°C), воды — 4,2 кДж/(кг·°C), удельная теплота парообразования воды 2,3 МДж/кг.



Поясняющий рисунок: раскалённая пластина целиком под водой, у её поверхности кипит вода.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на уравнение теплового баланса с фазовым переходом. Пластина намного горячее 100 °C, поэтому вода, касающаяся её, закипает: она нагревается до 100 °C и испаряется, пар уходит из открытого сосуда и уносит тепло. Кипение у пластины идёт, пока пластина горячее 100 °C. Остальная вода за доли секунды почти не успевает нагреться. Поэтому процесс разбиваем на два этапа: (1) пластина остывает с 800 до 100 °C и испаряет часть воды; (2) пластина с 100 °C и оставшаяся вода при 20 °C перемешиваются и приходят к общей температуре t.

Обозначения. $c_м$, $c_в$ — удельные теплоёмкости меди и воды; L — удельная теплота парообразования; $M = 0{,}64$ кг — масса пластины; $m_0 = 1$ кг — масса воды; $m_и$ — масса испарившейся воды; $t_1 = 800$ °C, $t_0 = 20$ °C, $t_к = 100$ °C.

1. Этап 1: испарение. Тепло, которое отдаёт пластина, остывая до 100 °C:

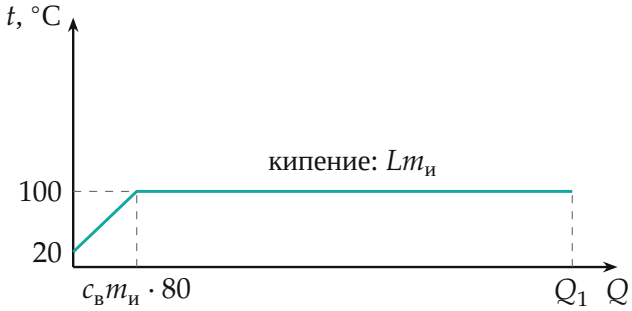
$$Q_1 = c_м M(t_1 - t_к) = 0{,}38 \cdot 0{,}64 \cdot 700 \text{ кДж} = 170 \text{ кДж}.$$

Каждый килограмм испарившейся воды сначала нагревается от 20 до 100 °C, потом испаряется (рисунок 2). Уравнение теплового баланса этапа 1:

$$c_м M(t_1 - t_к) = m_и(c_в(t_к - t_0) + L)$$

$$m_и = \frac{170{,}2 \text{ кДж}}{4{,}2 \cdot 80 \text{ кДж/кг} + 2300 \text{ кДж/кг}} = \frac{170{,}2}{2636} \text{ кг} \approx 65 \text{ г}.$$

В сосуде остаётся $m_0 - m_и \approx 935$ г воды при 20 °C.



Испарившаяся порция воды: нагрев до 100 °C (22 кДж) и испарение (149 кДж) поглощают всё тепло Q_1 этапа 1 (масштаб по Q соблюдён).

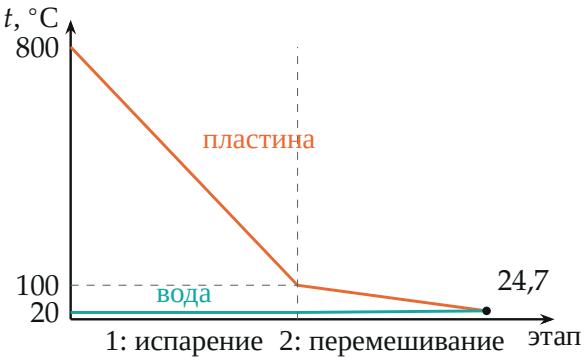
2. Этап 2: перемешивание. Пластина при 100 °C остывает до t, оставшаяся вода нагревается с 20 °C до t. Сосуд тонкостенный — его теплоёмкостью пренебрегаем, теплообменом с воздухом за короткое время — тоже. Уравнение теплового баланса (отданное пластиной тепло равно полученному водой):

$$c_м M(t_к - t) = c_в(m_0 - m_и)(t - t_0)$$

$$t = \frac{c_в(m_0 - m_и)t_0 + c_м M t_к}{c_в(m_0 - m_и) + c_м M},$$

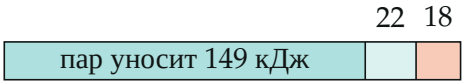
$$t = \frac{4{,}2 \cdot 0{,}935 \cdot 20 + 0{,}243 \cdot 100}{4{,}2 \cdot 0{,}935 + 0{,}243}\,^\circ\text{C} \approx 24{,}7\,^\circ\text{C}.$$

Пластина отдаёт на этом этапе всего $0{,}243 \cdot 75 \approx 18$ кДж — в десять раз меньше, чем на этапе 1.



Температуры пластины и основной массы воды по этапам (горизонтально — ход процесса, не время в масштабе).

3. Сравнение: что было бы без испарения. Если забыть про кипение, баланс $c_м M(800-t) = c_в m_0(t-20)$ даёт $t \approx 63\,^\circ\text{C}$ — втрое больший нагрев. Основное тепло пластины уходит с паром (рисунок 4).



Куда ушли 188 кДж, отданные пластиной: 149 кДж — испарение, 22 кДж — нагрев испарившейся воды до кипения, 18 кДж — нагрев воды в сосуде.

Обратите внимание. Пластину погрузили быстро и целиком, верхний край вровень с водой — значит, кипение идёт у всей её поверхности, и пар сразу уходит вверх из открытого сосуда. Расчёт — оценка: мы считаем, что до окончания кипения основная масса воды не нагревается и что весь пар уходит.

Ответ:

$$t = \frac{c_в(m_0 - m_и)t_0 + c_м M t_к}{c_в(m_0 - m_и) + c_м M} \approx 24{,}7\,^\circ\text{C},$$

$$m_{\text{и}} = \frac{c_{\text{м}} M (t_1 - t_{\text{к}})}{c_{\text{в}} (t_{\text{к}} - t_0) + L} \approx 65 \text{ г}.$$

Проверка. Размерности: в $m_{\text{и}}$ — кДж/(кДж/кг) = кг; t — средневзвешенная температура, лежит между 20 и 100 °C. Баланс энергии в целом: пластина отдала $c_{\text{м}} M (800 - 24{,}7) = 188{,}6$ кДж; пар унёс $0{,}0646 \cdot 2636 = 170{,}2$ кДж, вода в сосуде получила $4{,}2 \cdot 0{,}935 \cdot 4{,}66 = 18{,}3$ кДж; сумма 188,5 кДж — сходится.

Ответ. Термометр покажет $t \approx 24{,}7$ °C (испарится около 65 г воды).