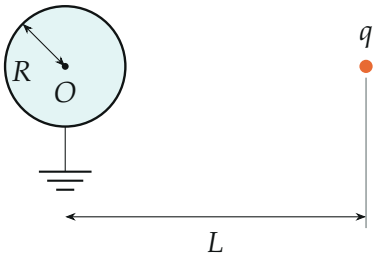
Заряд заземлённого шара

Задача 4. [Курчатов 2015/16, 10 класс, задача 4] Точечный заряд $q = 10$ нКл помещён на расстоянии $L = 1$ м от центра проводящего заземлённого шара радиусом $R = 20$ см. Найдите заряд шара Q.

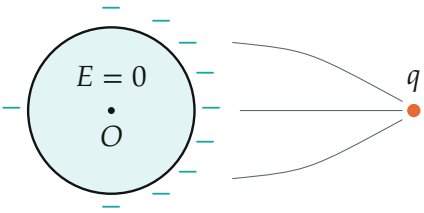


Поясняющий рисунок: заземлённый проводящий шар и точечный заряд q.

▲ **Решение.** **Что происходит.** Это задача на электростатику проводников и принцип суперпозиции потенциалов. Заряд q притягивает из земли на шар заряды противоположного знака. Шар заземлён, значит, его потенциал равен нулю (как у земли на бесконечности). Сколько заряда натекло, проще всего узнать, посчитав потенциал в центре шара: проводник — эквипотенциальное тело, потенциал центра такой же, как у всего шара, а от зарядов поверхности он считается без знания их распределения.

Обозначения. O — центр шара; φ_O — потенциал в центре; ΔQ_i — малые заряды, на которые мысленно разобьём поверхность шара; $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$.

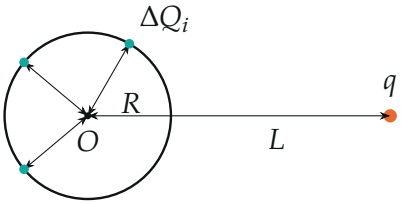
1. Где находится заряд шара. В электростатике поле внутри проводника равно нулю, поэтому весь индуцированный заряд Q сидит на поверхности. Распределён он неравномерно: больше всего — на стороне, ближней к q (рисунок 2). Но для потенциала в центре это не важно.



Индуцированный заряд гуще на стороне, обращённой к q; внутри проводника поля нет. Линии поля — качественно.

2. Потенциал центра по принципу суперпозиции. Потенциал в точке O — сумма потенциалов точечного заряда q (на расстоянии L) и всех кусочков ΔQ_i поверхности. Каждый кусочек находится от центра на одном и том же расстоянии R (рисунок 3), поэтому

$$\varphi_O = k\frac{q}{L} + \sum_i k\frac{\Delta Q_i}{R} = k\frac{q}{L} + k\frac{Q}{R}.$$



Все заряды поверхности удалены от центра на R, заряд q — на L.

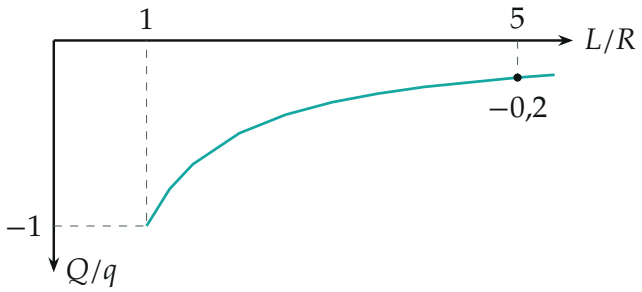
3. Условие заземления. Шар соединён с землёй, его потенциал (а с ним и потенциал центра) равен нулю:

$$k\frac{q}{L} + k\frac{Q}{R} = 0 \quad \Longrightarrow \quad Q = -\frac{R}{L}q = -\frac{0{,}2}{1}\cdot 10\text{ нКл} = -2\text{ нКл}.$$

Знак минус — шар заряжен противоположно q.

4. Второй способ — метод изображений. Поле вне заземлённого шара такое же, как поле заряда q и «заряда-изображения» $q' = -qR/L$, помещённого внутрь шара на расстоянии R^2/L от центра: в каждой точке сферы потенциалы q и q' компенсируются. По теореме Гаусса поток

через поверхность, охватывающую шар, определяется зарядом внутри, поэтому реальный заряд шара равен q', то есть $-qR/L$. На рисунке 4 — зависимость Q от расстояния: у самой поверхности ($L \to R$) натекает почти $-q$, вдали — почти ничего.



Заряд шара $Q = -qR/L$ в зависимости от расстояния; точка — условие задачи ($L/R = 5$).

Обратите внимание. «Заземлён» не значит «не заряжен»: заземление держит потенциал равным нулю, а заряд шара при этом отличен от нуля. И считать потенциал надо именно в центре: в другой точке шара расстояния до кусочков поверхности разные, и сумма без знания распределения заряда не считается.

Ответ:

$$Q = -\frac{R}{L}\,q = -2 \text{ нКл}.$$

Проверка. Размерность: м/м·Кл = Кл. Пределы: $L \to \infty$ — $Q \to 0$, далёкий заряд шар не чувствует; $L \to R$ — $Q \to -q$, заряд у самой поверхности почти целиком «экранируется».

Ответ. $Q = -\dfrac{R}{L}\,q = -2$ нКл.