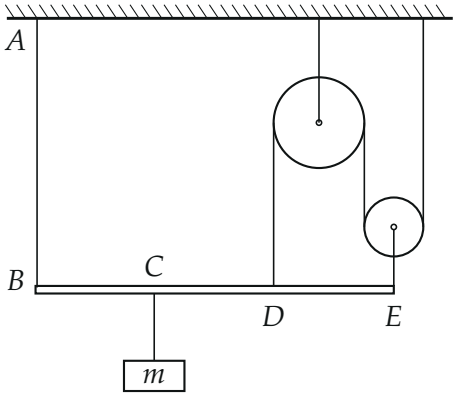
Стержень, блоки и нити

Задача 5. [Курчатов 2015/16, 7 класс, задача 5] К лёгкому стержню BE подвешен груз массой $m = 6$ кг (см. рис.). Стержень удерживается системой идеальных блоков и нитей. Вся система находится в равновесии. Найдите силу натяжения нити AB. Точки C и D делят стержень на три равные части. Модуль ускорения свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с^2.



▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на равновесие рычага и блоков. Стержень лёгкий, на него действуют четыре вертикальные силы: нить AB, нить груза в точке C, нить в точке D и нить подвижного блока в точке E. Идеальные блоки без трения и масс передают по одной нити одинаковое натяжение, а подвижный блок тянет вдвое сильнее. Остаётся два условия равновесия стержня — сил и моментов — на две неизвестные силы.

Обозначения. T_1 — сила натяжения нити AB (искомая); T_2 — сила натяжения нити, идущей от точки D через неподвижный блок к подвижному и к потолку; T_E — сила натяжения нити, на которой подвижный блок держит конец E; l — длина стержня, $BC = CD = DE = l/3$.

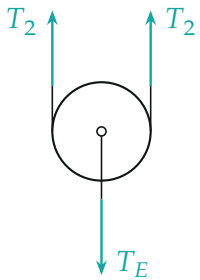
1. Груз: натяжение нити в точке C. Груз покоится, второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось: сила натяжения его нити равна mg. По третьему закону Ньютона нить тянет стержень в точке C вниз с силой mg.

2. Нить через блоки: натяжение T_2 везде одинаково. Нить, привязанная в точке D, огибает неподвижный блок, затем снизу — подвижный и уходит к потолку. Блоки идеальные (невесомые, без трения), нить невесомая, поэтому натяжение вдоль всей этой нити одно и то же — T_2.

3. Подвижный блок: условие равновесия. На подвижный блок действуют две ветви нити, каждая вверх с силой T_2, и нить к точке E вниз с силой T_E (рисунок 2). Блок невесомый и покоится, второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось вверх:

$$2T_2 - T_E = 0 \quad \Longrightarrow \quad T_E = 2T_2.$$

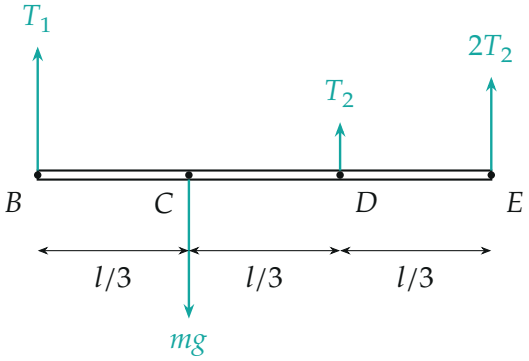
Нить E тянет стержень вверх с силой $2T_2$.



Силы, действующие на подвижный блок: две ветви нити вверх и нить к стержню вниз.

4. Стержень: условие равновесия сил. Стержень лёгкий, на него действуют силы T_1 (в точке B, вверх), mg (в C, вниз), T_2 (в D, вверх), $2T_2$ (в E, вверх) (рисунок 3). Сумма проекций на вертикаль равна нулю:

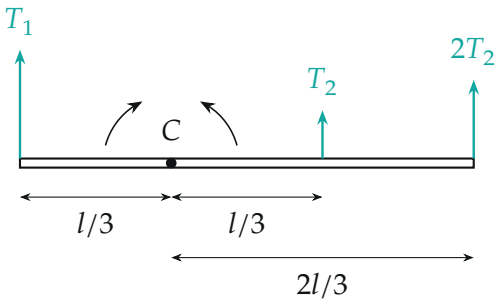
$$T_1 + T_2 + 2T_2 - mg = 0 \quad \Longrightarrow \quad T_1 + 3T_2 = mg.$$



Силы, действующие на стержень (длины стрелок — по найденным значениям).

5. Стержень: правило моментов относительно точки C. Ось выбираем в точке C, чтобы сила mg не вошла в уравнение и оно связало только T_1 и T_2. Плечи: у T_1 — $l/3$, у T_2 — $l/3$, у $2T_2$ — $2l/3$. Сила T_1 поворачивает стержень вокруг C по часовой стрелке, T_2 и $2T_2$ — против часовой (рисунок 4):

$$T_1 \cdot \frac{l}{3} = T_2 \cdot \frac{l}{3} + 2T_2 \cdot \frac{2l}{3} \quad \Longrightarrow \quad T_1 = 5T_2.$$



Плечи сил относительно точки C: T_1 поворачивает стержень в одну сторону, T_2 и $2T_2$ — в другую.

6. Решаем систему. Подставляем $T_2 = T_1/5$ в условие сил:

$$T_1 + \frac{3}{5}T_1 = mg \quad \Longrightarrow \quad T_1 = \frac{5}{8}mg,$$

$$T_1 = \frac{5}{8} \cdot 6 \cdot 10\ \text{Н} = 37{,}5\ \text{Н}, \qquad T_2 = \frac{mg}{8} = 7{,}5\ \text{Н}.$$

7. Второй способ: моменты относительно точки B**.** Ось в B исключает искомую T_1:

$$mg \cdot \frac{l}{3} = T_2 \cdot \frac{2l}{3} + 2T_2 \cdot l \quad \Longrightarrow \quad T_2 = \frac{mg}{8}, \qquad T_1 = mg - 3T_2 = \frac{5}{8}mg.$$

Результат тот же.

Обратите внимание. Нить в точке E натянута не так, как нить в D: она держит подвижный блок, на который действуют сразу две ветви, поэтому $T_E = 2T_2$. Нить AB сама к блокам не относится — её натяжение находится только из равновесия стержня.

Ответ:

$$T_1 = \frac{5}{8}mg = 37{,}5\ \text{Н}.$$

Проверка. Размерность: кг·м/с^2 = Н. Сумма сил: $37{,}5 + 7{,}5 + 15 = 60$ Н $= mg$. Моменты относительно E: $T_1 \cdot l + T_2 \cdot \frac{l}{3} = mg \cdot \frac{2l}{3}$, то есть $37{,}5 + 2{,}5 = 40$ — верно. $T_1 < mg$: часть веса берут на себя блоки.

Ответ. $T_1 = \frac{5}{8}mg = 37{,}5$ Н.