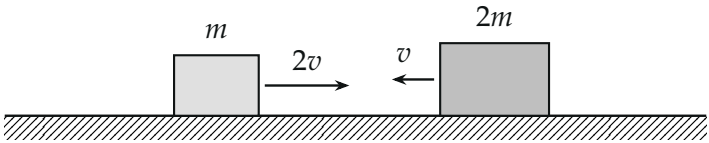
Упругий удар брусков и трение

Задача 3. [Курчатов 2016/17, 10 класс, задача 3] Два маленьких бруска движутся по горизонтальной поверхности стола навстречу друг другу. Масса первого бруска $m_1 = m$, масса второго $m_2 = 2m$. Бруски сталкиваются. На какое расстояние L разъедутся бруски после удара? Непосредственно перед ударом модуль скорости первого бруска равен $v_1 = 2v$, второго бруска — $v_2 = v$. Удар абсолютно упругий и лобовой, движение брусков поступательное. Коэффициенты трения брусков о стол одинаковы и равны μ, ускорение свободного падения g.



Поясняющий рисунок: бруски перед ударом.

▲ **Решение. Что происходит.** Задача из двух этапов. Удар короткий: за время удара трение не успевает изменить импульсы, работают законы сохранения импульса и (удар упругий) энергии. Главное наблюдение — суммарный импульс брусков до удара равен нулю, лабораторная система совпадает с системой центра масс, и упругий удар просто разворачивает скорости. После удара каждый брусок тормозится трением до остановки; путь торможения находим по теореме о кинетической энергии.

Обозначения. Ось x — вправо, по скорости первого бруска до удара; u_1, u_2 — проекции скоростей после удара; s_1, s_2 — пути брусков после удара до остановки.

1. Импульс системы до удара. Проекция суммарного импульса на ось x:

$$p_x = m \cdot 2v + 2m \cdot (-v) = 0.$$

2. Скорости после удара: законы сохранения импульса и энергии

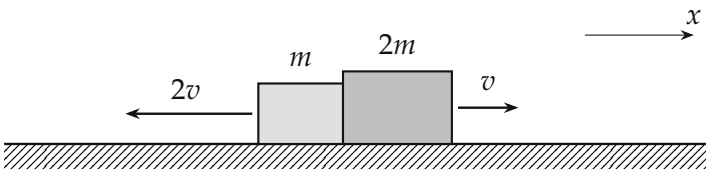
системы двух брусков за время удара.

$$\begin{cases} mu_1 + 2mu_2 = 0, \\ \dfrac{mu_1^2}{2} + \dfrac{2mu_2^2}{2} = \dfrac{m(2v)^2}{2} + \dfrac{2mv^2}{2}. \end{cases}$$

Из первого $u_1 = -2u_2$, подставляем во второе: $4u_2^2 + 2u_2^2 = 4v^2 + 2v^2$, $u_2^2 = v^2$. Решение $u_2 = -v$ — скорости до удара (удара бы не было); остаётся

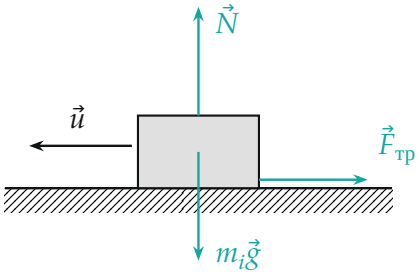
$$u_2 = v, \qquad u_1 = -2v.$$

Бруски отскакивают назад с теми же по модулю скоростями (рисунок 2).



Сразу после удара: импульс системы ноль, упругий удар развернул обе скорости, модули прежние.

3. Силы на брусок после удара. На брусок действуют сила тяжести, сила нормальной реакции стола и сила трения скольжения против скорости (рисунок 3). Второй закон Ньютона в проекции на вертикаль: $N = m_i g$, сила трения $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu m_i g$.



Силы на брусок после удара (первый брусок едет влево): трение направлено против скорости.

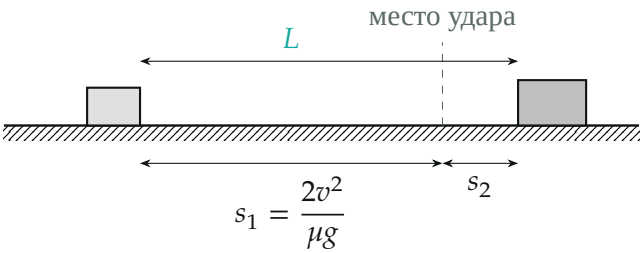
4. Пути торможения: теорема о кинетической энергии. Работа силы трения $-\mu m_i g s_i$ равна изменению кинетической энергии $0 - \dfrac{m_i u_i^2}{2}$:

$$s_i = \frac{u_i^2}{2\mu g}: \qquad s_1 = \frac{(2v)^2}{2\mu g} = \frac{2v^2}{\mu g}, \qquad s_2 = \frac{v^2}{2\mu g}.$$

Масса сократилась: путь торможения зависит только от скорости.

5. Расстояние между брусками. Бруски разъезжаются от места удара в разные стороны (рисунок 4):

$$L = s_1 + s_2 = \frac{2v^2}{\mu g} + \frac{v^2}{2\mu g} = \frac{5v^2}{2\mu g}.$$



Остановившиеся бруски (масштаб по расчёту: $s_1 = 4s_2$); L — расстояние между ними.

Обратите внимание. Бруски не могут столкнуться второй раз: они разъезжаются в разные стороны и только тормозятся. И трение во время самого удара не учитываем: удар мгновенный, импульс силы трения за него пренебрежимо мал.

Ответ:

$$L = \frac{u_1^2 + u_2^2}{2\mu g} = \frac{(2v)^2 + v^2}{2\mu g} = \frac{5v^2}{2\mu g}.$$

Проверка. Размерность: $\dfrac{(\text{м/с})^2}{\text{м/с}^2}$ — метры. Второй способ для скоро-

стей — общая формула упругого удара: $u_1 = \dfrac{(m_1 - m_2)v_{1x} + 2m_2 v_{2x}}{m_1 + m_2} = \dfrac{-m \cdot 2v - 4mv}{3m} = -2v$, $u_2 = \dfrac{2m_1 v_{1x} + (m_2 - m_1)v_{2x}}{m_1 + m_2} = \dfrac{4mv - mv}{3m} = v$ — совпадает. Предел $\mu \to 0$: $L \to \infty$, без трения бруски не останавливаются.

Ответ. $L = \dfrac{5v^2}{2\mu g}$.